



Rafael do Carmo Claro Yih Wong

Licenciado em Ciências da Engenharia Civil

Análise de Verificações Indirectas do EC2 para a Deformação de Lajes e Vigas

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em Engenharia
Civil – Perfil de Estruturas

Orientador: Doutor Mário Rui Arruda, Investigador no
Instituto Superior Técnico

Júri:

Presidente: Prof. Doutora Zuzana Dimitrovová
Arguente: Prof. Doutor Válder José da Guia Lúcio
Vogal: Doutor Mário Rui Tiago Arruda



FACULDADE DE
CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA

Novembro de 2014

Análise de Verificações Indirectas do EC2 para a Deformação de Lajes e Vigas
Rafael Wong



“Copyright” **Rafael do Carmo Claro Yih Wong**, FCT/UNL e UNL

A Faculdade de Ciências e Tecnologia e a Universidade Nova de Lisboa têm o direito, perpétuo e sem limites geográficos, de arquivar e publicar esta dissertação através de exemplares impressos reproduzidos em papel ou de forma digital, ou por qualquer outro meio conhecido ou que venha a ser inventado, e de a divulgar através de repositórios científicos e de admitir a sua cópia e distribuição com objetivos educacionais ou de investigação, não comerciais, desde que seja dado crédito ao autor e editor

Agradecimentos

Gostaria em primeiro lugar de agradecer ao meu orientador, ao Professor Mário Arruda, pela oportunidade de poder realizar esta tese. Gostaria de lhe agradecer a dedicação, empenho e esforço com que sempre se disponibilizou a ajudar-me e a confiança depositada em mim para a realização desta tese.

Quero agradecer aos meus colegas e amigos que me acompanharam ao longo deste percurso e me motivaram para a realização da tese. Por isso, ao David Cruz por ser das primeiras pessoas com quem me dei mais a sério na FCT, Pedro Claro, João Simões, Margarida Martinho, Duarte “Ponta” Gomes, Miguel Figueira, Ricardo Cruz, Gonçalo Castilho, ao grande Ricardo Tomé pelas noites no IST, Herlander Fernandes, ao Miguel Gonçalves, Francisco Fialho, René Honório, à Mafalda Romão pela amizade e incentivo dado, Susana Sá, Carla Gil, Catarina Guerra, João Serafim, André Pereira e finalmente ao grande Daniel Pereira pela companhia em trabalhos e viagens à FCT e tudo mais. A todos quero agradecer terem estado comigo e ajudado de uma maneira ou de outra a tornar o tempo passado ainda mais inesquecível.

Ao meu irmão e ao Guilherme por me aturarem desde que nasceram e pela força e conversas que tiveram comigo ao longo destes anos. A todos os do R/C eq., que sabem que são, pelo apoio e amizade.

Agradeço à Isabel Brás por toda a ajuda, motivação, compreensão e amor ao longo do curso e que foram uma força imprescindível para ultrapassar os obstáculos que surgiram. Obrigado por tudo.

Quero finalmente agradecer à minha família, aos meus pais e novamente ao Renato toda a paciência que me dedicaram, e mau humor que aturaram. Obrigado a todos

Resumo

O presente trabalho tem como objetivo avaliar os limites de esbelteza preconizados nos regulamentos e normas utilizados em Portugal relativamente ao estado limite de deformação. Serão comparados diretamente para os mesmos vãos, os conceitos de verificação indireta de deformação do Regulamento de Estruturas de Betão Armado e Pré-esforçado (REBAP) e do Eurocódigo 2: Parte 1-1 (EC2-1-1), para lajes e vigas.

Inicialmente será efetuado um estudo académico paramétrico, onde são avaliadas as flechas verticais em serviço para diferentes vãos, condições de apoio e geometria em planta. São comparados inicialmente os valores das flechas para análises lineares, usando as tabelas de Bares e modelos de elementos finitos com o *software* comercial SAP2000, de maneira a validar o modelo. De seguida são aplicados os métodos simplificativos de cálculo de flechas a longo prazo usando os ábacos do Comité Euro-International du Béton (CEB). Estes valores são depois comparados com as análises fisicamente não lineares em estado fendilhado a longo prazo com o SAP2000.

O objetivo principal é portanto estabelecer comparações entre os dois métodos de análise pretendendo-se mostrar que a modelação com elementos finitos conduz a valores de deformações inferiores ao cálculo analítico permitindo uma maior economia no dimensionamento de elementos estruturais.

Para finalizar é apresentado um manual de utilizador com o intuito de auxiliar o processo de modelação de elementos estruturais com elementos finitos não lineares utilizando o programa referido.

Palavras Chave:

Deformação, *Shell*, não linear, EC2, REBAP.

Abstract

This work aims to evaluate the slenderness limits recommended in the building codes used in Portugal regarding deflection control. A comparison will be made using the span/depth ratios of the Regulamento de Estruturas de Betão Armado e Pré-esforçado (REBAP) and Eurocode 2: Part 1 – 1 for beams and slabs (EC2).

A parametric study was conducted to evaluate the deflection for different spans, support conditions and slab dimensions. As to validate the elastic model a comparison was established for elastic deflections calculated with Bares tables and a finite element model computed on the commercial software SAP2000. To account the effect of creep and cracking, the abacus of the Comité Euro-International du Béton (CEB) were used and the obtained deformations compared with a nonlinear analysis model computed on SAP2000.

The main purpose of this thesis is to demonstrate the advantage of using the finite elements method since it leads to lower values of deformation allowing a more cost-efficient structural design.

To conclude a user's manual is presented describing the process of modelling structural elements with nonlinear finite elements using the program above mentioned.

Keywords:

Deformation, *Shell*, nonlinear, EC2, REBAP

Índice de Matérias

| | |
|--|----|
| Capítulo 1 | 1 |
| Introdução | 1 |
| 1.1. Motivação e Objetivos | 1 |
| 1.2. Contributo Inovador | 2 |
| 1.3. Organização do trabalho..... | 2 |
| Capítulo 2 | 3 |
| Estado da Arte | 3 |
| 2.1. Introdução | 3 |
| 2.2. Esbeltezas com o REBAP | 3 |
| 2.3. Esbeltezas com o EC2 | 4 |
| 2.4. Comparação das dimensões mínimas do EC2 com o REBAP | 6 |
| 2.4.1. Laje e Viga Simplesmente Apoiada | 7 |
| 2.4.2. Laje Apoiada-Encastrada | 7 |
| 2.4.3. Laje Bi-Encastrada | 8 |
| 2.4.4. Laje fungiforme isolada | 8 |
| 2.5. Metodologias de Deformações a Longo Prazo..... | 9 |
| 2.5.1. Metodologia Material | 9 |
| 2.5.1.1. Fluência | 11 |
| 2.5.1.2. Fendilhação | 12 |
| 2.5.2. Método dos Coeficientes Globais..... | 13 |
| Capítulo 3 | 17 |
| Modelos Analíticos | 17 |
| 3.1. Cálculo de flechas em lajes | 17 |
| 3.2. Cálculo de flechas em vigas | 18 |
| Capítulo 4 | 23 |
| Modelos Numéricos | 23 |
| 4.1. Relação constitutiva do betão..... | 23 |
| 4.2. Formulação do Elemento Shell | 26 |
| 4.3. Método das Multi-Camadas | 29 |

| | |
|--|----|
| Capítulo 5 | 35 |
| Estudo Paramétrico | 35 |
| 5.1. Tipos de modelo | 35 |
| 5.1.1. Modelo Linear (ML) | 35 |
| 5.1.2. Modelo Não Linear 1 (MNL1) | 36 |
| 5.1.3. Modelo Não Linear 2 (MNL2) | 37 |
| 5.1.4. Malha de elementos finitos | 37 |
| 5.2. Acções | 38 |
| 5.3. Laje Simplesmente Apoiada | 39 |
| 5.3.1. Resultados Lineares | 40 |
| 5.3.2. Resultados Não-Lineares | 40 |
| 5.4. Laje Apoiada-Encastrada | 43 |
| 5.4.1. Resultados Lineares | 43 |
| 5.4.2. Resultados Não-Lineares | 44 |
| 5.5. Laje Bi-Encastrada | 46 |
| 5.5.1. Resultados Lineares | 46 |
| 5.5.2. Resultados Não-Lineares | 47 |
| 5.6. Laje Fungiforme | 49 |
| 5.6.1. Resultados Lineares | 49 |
| 5.6.2. Resultados Não-Lineares | 50 |
| 5.7. Viga Apoiada | 52 |
| 5.7.1. Resultados Lineares | 52 |
| 5.7.2. Resultados Não-Lineares | 53 |
| Capítulo 6 | 55 |
| Casos de Estudo | 55 |
| 6.1. Caso de Estudo 1 – Piso de Habitação Vigado | 55 |
| 6.1.1. Resultados Lineares | 59 |
| 6.1.2. Resultados Não Lineares | 59 |
| 6.2. Caso de Estudo 2 – Piso de Habitação Fungiforme | 60 |

| | |
|--|----|
| 6.2.1. Resultados Lineares..... | 62 |
| 6.2.2. Resultados Não Lineares | 62 |
| 6.3. Caso de Estudo 3 – Piso de Garagem Fungiforme | 64 |
| 6.3.1. Resultados Lineares..... | 66 |
| 6.3.2. Resultados Não lineares | 66 |
| Capítulo 7 | 69 |
| Conclusões e Desenvolvimentos Futuros..... | 69 |
| 7.1 Conclusões | 69 |
| 7.2 Desenvolvimentos Futuros | 70 |
| Bibliografia | 71 |
| Anexo A | 73 |
| Manual de Utilizador..... | 73 |
| A.1. Propriedades dos materiais..... | 73 |
| A.2. Definição das cargas..... | 76 |
| A.3. Propriedades das secções..... | 78 |
| Anexo B | 81 |
| Tabelas de Bares | 81 |
| Anexo C | 85 |
| Valores das deformações..... | 85 |
| C1. Laje Apoiada | 85 |
| C2. Laje Apoiada–Encastrada..... | 86 |
| C3. Laje Bi–Encastrada..... | 87 |
| C4. Laje Fungiforme | 88 |
| C4. Viga Apoiada..... | 88 |
| C5. Valores Limite de deformação | 90 |
| C6. Casos de Estudo..... | 90 |
| C6.1. Caso de Estudo 1 | 90 |
| C6.2. Caso de Estudo 2 | 90 |
| C6.3. Caso de Estudo 3 | 91 |
| Anexo D | 93 |

| | |
|--------------------------------------|-----|
| Análise Paramétrica | 93 |
| D.1. Laje Apoiada | 93 |
| D.1.1. Resultados Lineares..... | 93 |
| D.1.2. Resultados Não Lineares | 94 |
| D.2. Laje Apoiada-Encastrada | 96 |
| D.2.1. Resultados Lineares..... | 97 |
| D.2.2. Resultados Não Lineares | 98 |
| D.3. Laje Bi-Encastrada | 100 |
| D3.1. Resultados Lineares..... | 100 |
| D3.2. Resultados Não Lineares | 101 |
| D4. Viga Apoiada..... | 103 |
| D4.1. Resultados Lineares..... | 103 |
| D.4.2 Resultados não lineares | 104 |
| Anexo E..... | 107 |
| Plantas dos casos de estudo..... | 107 |

Índice de Figuras

| | |
|--|----|
| Figura 2.1: Valores de relação vão/altura útil para controlo indireto da deformação retirado de [1]..... | 6 |
| Figura 2.2: Espessuras mínimas das lajes apoiadas | 7 |
| Figura 2.3: Altura mínima das vigas apoiadas das parametrizações quadradas..... | 7 |
| Figura 2.4: Espessuras mínimas da laje apoiada–encastada | 8 |
| Figura 2.5: Espessuras mínimas da laje bi-encastada | 8 |
| Figura 2.6: Espessuras mínimas das lajes fungiformes | 9 |
| Figura 2.7: Diagrama tensão extensão do betão, adaptado de [2]..... | 10 |
| Figura 2.8: Diagrama tensão extensão do aço, adaptado de [2] | 10 |
| Figura 2.9: Diagrama momento–curvatura para um elemento de betão armado, adaptado de [2]..... | 11 |
| Figura 2.10: Gráfico ilustrativo do fenómeno da fluência, adaptado de [4]..... | 11 |
| Figura 2.11: Viga simplesmente apoiada com carga distribuída..... | 12 |
| Figura 2.12: Tensões na secção de betão: a) Estado I e b) Estado II | 13 |
| Figura 3.1: Tabela de Barés para o caso da laje apoiada..... | 17 |
| Figura 3.2: Tabela de Barés para o caso da laje apoiada-encastada..... | 17 |
| Figura 3.3: Tabela de Barés para o caso da laje bi-encastada..... | 18 |
| Figura 3.4: Tabela de Barés para o caso da laje fungiforme quadrada..... | 18 |
| Figura 3.5: Compatibilidade dos deslocamentos num ponto para uma laje com um bordo encastado e os restantes apoiados | 20 |
| Figura 3.6: coeficiente k para a laje apoiada | 21 |
| Figura 3.7: coeficiente k para a laje apoiada-encastada..... | 21 |
| Figura 3.8: coeficiente k para a laje bi-encastada | 21 |
| Figura 4.2: Sistema de eixos do elemento <i>Shell</i> | 27 |
| Figura 4.3: Deslocamentos e rotações do elemento <i>Shell</i> associado ao comportamento de membrana | 27 |
| Figura 4.4: Deslocamentos e rotações do elemento <i>Shell</i> associado ao comportamento de laje. 28 | |
| Figura 4.5: Deslocamentos e rotações do elemento <i>Shell</i> associado ao comportamento de casca | 28 |
| Figura 4.6: Comparação de uma secção a) real e b) numérica..... | 30 |
| Figura 4.7: Comparação entre uma a) secção real de laje de betão armado e b) secção definida por elementos <i>Shell</i> não lineares | 30 |
| Figura 4.8: Comparação entre uma a) secção real de viga de betão armado e b) secção definida por elementos <i>Shell</i> não lineares | 31 |
| Figura 4.9: Distribuição de tensões numa secção fendilhada de betão armado no SAP2000 | 31 |

| | |
|---|----|
| Figura 4.10: Posição da camada num elemento <i>Shell</i> não linear | 32 |
| Figura 5.1: Gráfico tensão – extensão para o betão linear | 36 |
| Figura 5.2: gráfico tensão-extensão do aço não linear no SAP2000..... | 36 |
| Figura 5.3: gráfico tensão-extensão do betão no MNL1 no SAP2000..... | 36 |
| Figura 5.4: gráfico tensão-extensão do betão no MNL2 no SAP2000..... | 37 |
| Figura 5.5: Malha de elementos finitos da laje | 37 |
| Figura 5.6: Malha de elementos finitos do modelo de laje | 37 |
| Figura 5.7: Esquema de ligação da viga à laje na malha de elementos finitos do modelo de viga | 38 |
| Figura 5.8: Representação de uma laje apoiada nos quatro bordos (vigas V1, V2, V3 e V4) de vãos L1 e L2..... | 40 |
| Figura 5.9: Rácio dos valores de deformação elástica da laje apoiada | 40 |
| Figura 5.10: Rácio das deformações dimensionadas da laje apoiada do MNL1 | 41 |
| Figura 5.11: Rácio das deformações dimensionadas da laje apoiada do MNL2..... | 41 |
| Figura 5.12: Valores da deformação a) analítica e b) numérica e respetivos valor limite para a laje apoiada | 42 |
| Figura 5.13: Representação de uma laje apoiada-encastada nas duas direções (vigas V1, V2, V3 e V4) de vãos L1 e L2. | 43 |
| Figura 5.14 Rácio dos valores de deformação elástica da laje apoiada-encastada | 43 |
| Figura 5.15: Rácio das deformações dimensionadas da laje apoiada-encastada do MNL1 | 44 |
| Figura 5.16: Rácio das deformações dimensionadas da laje apoiada-encastada do MNL2..... | 44 |
| Figura 5.17: Valores da deformação a) analítica e b) numérica e respetivos valor limite para a laje apoiada-encastada | 45 |
| Figura 5.18: Representação de uma laje bi-encastada nos quatro bordos (vigas V1, V2, V3 e V4) de vãos L1 e L2..... | 46 |
| Figura 5.19: Rácio dos valores de deformação elástica da laje bi-encastada..... | 47 |
| Figura 5.20: Rácio das deformações dimensionadas da laje bi-encastada do MNL1 | 47 |
| Figura 5.21: Rácio das deformações dimensionadas da laje bi-encastada do MNL2 | 47 |
| Figura 5.22: Valores da deformação a) analítica e b) numérica e respetivos valor limite para a laje bi-encastada | 48 |
| Figura 5.23: Representação de uma laje quadrada fungiforme isolada de vão L..... | 49 |
| Figura 5.24: Rácio dos valores de deformação elástica da laje fungiforme | 50 |
| Figura 5.25: Rácio das deformações dimensionadas da laje fungiforme do MNL1 | 50 |
| Figura 5.26: Rácio das deformações dimensionadas da laje fungiforme do MNL2 | 51 |

| | |
|---|----|
| Figura 5.27: Valores da deformação a) analítica e b) numérica e respectivos valor limite para a laje fungiforme | 51 |
| Figura 5.28: Rácio dos valores de deformação elástica da viga apoiada | 52 |
| Figura 5.29: Rácio das deformações da viga apoiada do MNL1 | 53 |
| Figura 5.30: Rácio das deformações da viga apoiada do MNL1 | 53 |
| Figura 5.31: Valores da deformação a) analítica e b) numérica e respectivos valor limite da viga apoiada | 54 |
| Figura 6.1: Planta de arquitetura do caso de estudo 1 | 56 |
| Figura 6.2: Planta de dimensionamento do caso de estudo 1 | 56 |
| Figura 6.3: Malha de elementos finitos do caso de estudo 1 | 57 |
| Figura 6.4: Planta de arquitetura do caso de estudo 2 | 60 |
| Figura 6.5: Planta de dimensionamento do caso de estudo 2 | 61 |
| Figura 6.6: Malha de elementos finitos do caso de estudo 2 | 61 |
| Figura 6.7: Planta de arquitetura do caso de estudo 3 | 64 |
| Figura 6.8: Planta de dimensionamento do caso de estudo 3 | 64 |
| Figura 6.9: Malha de elementos finitos do caso de estudo 3 | 65 |
| Figura A.1: Menu inicial de definição dos materiais | 73 |
| Figura A.2: Opções de propriedades do betão | 74 |
| Figura A.3: Dados do betão..... | 74 |
| Figura A.4: Dados para definição da não linearidade do betão..... | 75 |
| Figura A.5: Opções de propriedades do aço..... | 75 |
| Figura A.6: Dados para definição da não linearidade do aço..... | 76 |
| Figura A.7: Definição dos tipos de padrão de carga | 77 |
| Figura A.8: Menu inicial de definição do tipo de caso de carga | 77 |
| Figura A.9: Tipo de análise dos casos de carga | 78 |
| Figura A.10: Menu Inicial de definição da secção em elementos de área | 78 |
| Figura A.11: Menu para definir o tipo de <i>Shell</i> | 79 |
| Figura A.12: Menu para definição das camadas no elemento <i>Shell</i> não linear | 79 |
| Figura B.1: Tabela de Barés para a laje apoiada, retirado de [7] | 81 |
| Figura B.2: Tabela de Barés para a laje apoiada-encastada, retirado de [7] | 81 |
| Figura B.3: Tabela de Bares para a laje bi-encastada, retirado de [7] | 82 |
| Figura B.4: Tabela de Bares para a laje encastada em 3 bordos e apoiada num 1bordo, retirado de [7] | 82 |
| Figura B.5: Tabela de Barés para a laje fungiforme quadrada, retirado de [7] | 83 |
| Figura B.6: Tabela de Bares de laje fungiforme continua apoiada num bordo, retirado de [7] .. | 83 |

| | |
|---|----|
| Figura B.7: Tabela de Bares de laje fungiforme continua encastrada num bordo, retirado de [7] | 84 |
| Figura D.1: Rácio das deformações da laje apoiada para $l_{menor}=4$ | 93 |
| Figura D.2: Rácio das deformações da laje apoiada para $l_{menor}=5$ | 93 |
| Figura D.3 Rácio das deformações da laje apoiada para $l_{menor}=6$ | 94 |
| Figura D.4: Rácio das deformações da laje apoiada para $l_{menor}=7$ | 94 |
| Figura D.5: Rácio das deformações da laje apoiada do MNL1 para $l_{menor}=4$ | 94 |
| Figura D.6: Rácio das deformações da laje apoiada do MNL1 para $l_{menor}=5$ | 94 |
| Figura D.7: Rácio das deformações da laje apoiada do MNL1 para $l_{menor}=6$ | 94 |
| Figura D.8: Rácio das deformações da laje apoiada do MNL1 para $l_{menor}=7$ | 94 |
| Figura D.9: Rácio das deformações da laje apoiada do MNL2 para $l_{menor}=4$ | 95 |
| Figura D.10: Rácio das deformações da laje apoiada do MNL2 para $l_{menor}=5$ | 95 |
| Figura D.11: Rácio das deformações da laje apoiada do MNL2 para $l_{menor}=6$ | 95 |
| Figura D.12: Rácio das deformações da laje apoiada do MNL2 para $l_{menor}=7$ | 95 |
| Figura D.13: Valores da deformação do SAP2000 e valores limite da laje apoiada para $l_{menor}=4$ | 95 |
| Figura D.14: Valores da deformação do SAP2000 e valores limite da laje apoiada para $l_{menor}=5$ | 96 |
| Figura D.15: Valores da deformação do SAP2000 e valores limite da laje apoiada para $l_{menor}=6$ | 96 |
| Figura D.16: Valores da deformação do SAP2000 e valores limite da laje apoiada para $l_{menor}=7$ | 96 |
| Figura D.17: Rácio das deformações da laje apoiada-encastada para $l_{menor}=4$ | 97 |
| Figura D.18: Rácio das deformações da laje apoiada-encastada para $l_{menor}=5$ | 97 |
| Figura D.19: Rácio das deformações da laje apoiada-encastada para $l_{menor}=6$ | 97 |
| Figura D.20: Rácio das deformações da laje apoiada-encastada para $l_{menor}=7$ | 97 |
| Figura D.21: Rácio das deformações da laje apoiada-encastada do MNL1 para $l_{menor}=4$ | 98 |
| Figura D.22: Rácio das deformações da laje apoiada-encastada do MNL1 para $l_{menor}=5$ | 98 |
| Figura D.23: Rácio das deformações da laje apoiada-encastada do MNL1 para $l_{menor}=6$ | 98 |
| Figura D.24: Rácio das deformações da laje apoiada-encastada do MNL1 para $l_{menor}=7$ | 98 |
| Figura D.25: Rácio das deformações da laje apoiada-encastada do MNL2 para $l_{menor}=4$ | 98 |
| Figura D.26: Rácio das deformações da laje apoiada-encastada do MNL2 para $l_{menor}=5$ | 98 |
| Figura D.27: Rácio das deformações da laje apoiada-encastada do MNL2 para $l_{menor}=6$ | 99 |
| Figura D.28: Rácio das deformações da laje apoiada-encastada do MNL2 para $l_{menor}=7$ | 99 |

| | |
|---|-----|
| Figura D.29: Valores da deformação do SAP2000 e valores limite da laje apoiada-encastada para $l_{menor}=4$ | 99 |
| Figura D.30: Valores da deformação do SAP2000 e valores limite da laje apoiada-encastada para $l_{menor}=5$ | 99 |
| Figura D.31: Valores da deformação do SAP2000 e valores limite da laje apoiada-encastada para $l_{menor}=6$ | 100 |
| Figura D.32: Valores da deformação do SAP2000 e valores limite da laje apoiada-encastada para $l_{menor}=7$ | 100 |
| Figura D.33: Rácio das deformações da laje bi-encastada para $l_{menor}=4$ | 100 |
| Figura D.34: Rácio das deformações da laje bi-encastada para $l_{menor}=5$ | 100 |
| Figura D.35: Rácio das deformações da laje bi-encastada para $l_{menor}=6$ | 101 |
| Figura D.36: Rácio das deformações da laje bi-encastada para $l_{menor}=7$ | 101 |
| Figura D.37: Rácio das deformações da laje bi-encastada do MNL1 para $l_{menor}=4$ | 101 |
| Figura D.38: Rácio das deformações da laje bi-encastada do MNL1 para $l_{menor}=5$ | 101 |
| Figura D.39: Rácio das deformações da laje bi-encastada do MNL2 para $l_{menor}=4$ | 101 |
| Figura D.40: Rácio das deformações da laje bi-encastada do MNL2 para $l_{menor}=5$ | 101 |
| Figura D.41: Rácio das deformações da laje bi-encastada do MNL2 para $l_{menor}=6$ | 102 |
| Figura D.42: Rácio das deformações da laje bi-encastada do MNL2 para $l_{menor}=7$ | 102 |
| Figura D.43: Valores da deformação do SAP2000 e valores limite da laje bi-encastada para $l_{menor}=4$ | 102 |
| Figura D.44: Valores da deformação do SAP2000 e valores limite da laje apoiada-encastada para $l_{menor}=5$ | 102 |
| Figura D.45: Valores da deformação do SAP2000 e valores limite da laje apoiada-encastada para $l_{menor}=6$ | 102 |
| Figura D.46: Valores da deformação do SAP2000 e valores limite da laje apoiada-encastada para $l_{menor}=$ | 103 |
| Figura D.47: Rácio das deformações da viga apoiada para $l_{menor}=4$ | 103 |
| Figura D.48: Rácio das deformações da viga apoiada para $l_{menor}=5$ | 103 |
| Figura D.49: Rácio das deformações da viga apoiada para $l_{menor}=6$ | 104 |
| Figura D.50: Rácio das deformações da viga apoiada para $l_{menor}=6$ | 104 |
| Figura D.51: Rácio das deformações da viga apoiada do MNL1 para $l_{menor}=4$ | 104 |
| Figura D.53: Rácio das deformações da viga apoiada do MNL1 para $l_{menor}=6$ | 104 |
| Figura D.54: Rácio das deformações da viga apoiada do MNL1 para $l_{menor}=7$ | 104 |
| Figura D.55: Rácio das deformações da viga apoiada do MNL2 para $l_{menor}=4$ | 105 |
| Figura D.57: Rácio das deformações da viga apoiada do MNL2 para $l_{menor}=6$ | 105 |

| | |
|---|-----|
| Figura D.58: Rácio das deformações da viga apoiada do MNL2 para $l_{menor}=7$ | 105 |
| Figura D.59: Valores da deformação do SAP2000 e valores limite da viga apoiada para $l_{menor}=4$ | 105 |
| Figura D.60: Valores da deformação do SAP2000 e valores limite da viga apoiada para $l_{menor}=5$ | 106 |
| Figura D.61: Valores da deformação do SAP2000 e valores limite da viga apoiada para $l_{menor}=6$ | 106 |
| Figura D.62: Valores da deformação do SAP2000 e valores limite da viga apoiada para $l_{menor}=7$ | 106 |
| Figura E1: Planta de arquitetura do caso de estudo 1 | 108 |
| Figura E2: Planta de dimensionamento do caso de estudo 1 | 109 |
| Figura E3: Planta de arquitetura do caso de estudo 2 | 110 |
| Figura E2: Planta de dimensionamento do caso de estudo 2 | 111 |
| Figura E2: Planta de arquitetura do caso de estudo 3 | 112 |
| Figura E2: Planta de dimensionamento do caso de estudo 4 | 113 |

Índice de Tabelas

| | |
|---|----|
| Tabela 2.1: Valores de relação vão/altura útil para o controlo indireto da deformação no REBAP. | 4 |
| Tabela 5.1: Propriedades do betão C30/37 | 35 |
| Tabela 5.2: Propriedades do aço A500NR. | 35 |
| Tabela 5.3: Coeficientes a introduzir no SAP2000 para o betão. | 36 |
| Tabela 5.4: Exemplo do cálculo de ações para uma laje de 20 cm | 38 |
| Tabela 6.1: Cargas atuantes no caso de estudo 1 | 57 |
| Tabela 6.2: Dados para cálculo da altura da viga para verificar o controlo indireto de deformações segundo o EC2 | 58 |
| Tabela 6.3: Dimensões das vigas dimensionadas com o EC2 no caso de estudo 1 | 58 |
| Tabela 6.4: Dimensões das vigas dimensionadas com o REBAP no caso de estudo 1 | 58 |
| Tabela 6.5: Dimensões da laje no caso de estudo 1 | 59 |
| Tabela 6.6: Rácio das deformações elásticas do caso de estudo 1 | 59 |
| Tabela 6.7: Rácio das deformações do MNL1 do caso de estudo 1 | 59 |
| Tabela 6.8: Rácio das deformações do MNL2 do caso de estudo 1 | 59 |
| Tabela 6.9: Valores de deformação do MNL2 e valores limite para a os elementos estruturais dimensionados com o EC2 do caso de estudo 1 | 60 |
| Tabela 6.10: Valores de deformação do MNL2 e valores limite para a os elementos estruturais dimensionados com o REBAP do caso de estudo 1 | 60 |
| Tabela 6.11: Dimensões da laje do caso de estudo 2 | 62 |
| Tabela 6.12: Rácio das deformações elásticas do caso de estudo 2 | 62 |
| Tabela 6.13: Rácio das deformações do MNL1 do caso de estudo 2 | 63 |
| Tabela 6.14: Rácio das deformações do MNL2 do caso de estudo 2 | 63 |
| Tabela 6.15: Valores de deformação do MNL2 e valores limite para CQP | 63 |
| Tabela 6.16: Valores de deformação do MNL2 e valores limite para CF | 63 |
| Tabela 6.17: Cargas atuantes no caso de estudo 3 | 65 |
| Tabela 6.18: Dimensões da laje do caso de estudo 3 | 66 |
| Tabela 6.19: Rácio das deformações elásticas do caso de estudo 2 | 66 |
| Tabela 6.20: Rácio das deformações do MNL1 do caso de estudo 3 | 66 |
| Tabela 6.21: Rácio das deformações do MNL2 do caso de estudo 3 | 66 |
| Tabela 6.22: Valores de deformação do MNL2 e valores limite para CQP | 67 |
| Tabela 6.23: Valores de deformação do MNL2 e valores limite para CF | 67 |
| Tabela C.1: Deformações analíticas da laje apoiada | 85 |
| Tabela C.2: Deformações numéricas da laje apoiada | 85 |

| | |
|--|----|
| Tabela C.3: Deformações analíticas da laje apoiada-encastada..... | 86 |
| Tabela C.4: Deformações numéricas da laje apoiada-encastada | 86 |
| Tabela C.5: Deformações analíticas da laje bi-encastada | 87 |
| Tabela C.6: Deformações numéricas da laje bi-encastada..... | 87 |
| Tabela C.7: Deformações analíticas da laje fungiforme | 88 |
| Tabela C.8: Deformações numéricas da laje fungiforme | 88 |
| Tabela C.9: Deformações analíticas da viga apoiada..... | 89 |
| Tabela C.10: Deformações numéricas da viga apoiada | 89 |
| Tabela C.11: Valores limite de deformação para as combinações quase-permanente e frequente..... | 90 |
| Tabela C.12: Deformação linear analítica do Caso de Estudo 1 | 90 |
| Tabela C.13: Deformação linear numérica do Caso de Estudo 2..... | 90 |
| Tabela C.14: Deformação linear analítica do Caso de Estudo 2..... | 90 |

Lista de abreviaturas e símbolos

Abreviaturas

EC2 – Eurocódigo 2

REBAP – Regulamento de Estruturas de Betão Armado e Pré – Esforçado

CEB – Comité Euro-International du Béton

RH – Humidade Relativa

MCG – Método dos Coeficiente Globais

Símbolos

Letras latinas maiúsculas

A_s – área de armaduras de tração

A_s' – área de armaduras de compressão

E – módulo de elasticidade

E_c – módulo de elasticidade do betão

$E_{c,eff}$ – módulo de elasticidade do betão a tempo infinito

E_s – módulo de elasticidade do aço

G – módulo de distorção

I – inércia

I_c – inércia da secção de betão

M_{cr} – momento de fendilhação

Letras latinas minúsculas

d – altura útil

h – altura da viga

e – espessura da laje

f_{ctm} – valor médio da resistência à tração do betão

f_{ck} – valor característico de resistência à compressão do betão

f_{yk} – tensão característica de cedência do aço

f_u – tensão última do aço

l – distância entre vãos

q – carga distribuída

Letras Gregas

α – coeficiente de expansão térmica

δ – deformação

ϵ_u – extensão última

ρ_0 – taxa de armaduras de referência
 ρ – taxa de armaduras de tração
 ρ' – taxa de armaduras de compressão
 σ_c – tensão de compressão
 σ_T – tensão de tração
 σ_s – tensão de corte
 σ_s – tensão nas armaduras de tração
 σ_s' – tensão nas armaduras de compressão
 $\varphi(t, t^\infty)$ – coeficiente de fluência a tempo infinito
 ν – coeficiente de Poisson

Capítulo 1

Introdução

1.1. Motivação e Objetivos

O controlo de deformações em elementos estruturais de betão armado assume especial importância devido às exigências atuais relativamente à deformação e fendilhação excessiva. Acrescenta-se ainda o facto de se observar um aumento na aplicação de elementos com alturas e esbeltezas elevadas, o que obriga a um controlo da deformação mais rigoroso.

A regulamentação utilizada em Portugal para controlo de deformações em estruturas de betão armado, nomeadamente, o Regulamento de Estruturas de Betão Armado e Pré-Esforçado (REBAP) [1] e a norma NPEN001992-1-1 (EC2) [2], indica dois tipos de estados limites, o estado limite último e o estado limite de utilização. Embora o não cumprimento de um critério de dimensionamento de deformação não ponha em causa a segurança das estruturas ao nível da rotura, é necessário garantir um bom comportamento das estruturas para cargas correntes de utilização, de forma a evitar o desconforto dos utilizadores devido a uma má estética da estrutura associada a fendilhação excessiva, sendo estes os principais objetivos da regulamentação portuguesa.

Os valores detalhados da flecha máxima permitidos encontram-se na norma ISO 4356:1977, referida tanto no EC2 como no REBAP, e dependem principalmente das dimensões dos elementos estruturais e do tipo de utilização da estrutura. Estes dois regulamentos, no que se referem ao controlo de deformações em estruturas de betão armado, indicam dois modos distintos de o verificar. Simplificadamente, podemos denominá-los como o controlo direto e o controlo indireto. O primeiro consiste no cálculo explícito do valor da flecha máxima e da comparação deste com o valor máximo aceitável estipulado. O segundo considera que a utilização de uma esbelteza limite permite a dispensa do cálculo da deformação explícita, ou seja, pode-se fazer um dimensionamento ao nível da geometria dos elementos estruturais por forma a evitar a verificação por meio de cálculo direto.

Pretende-se então analisar o desempenho destes dois critérios para o controlo de deformações em vigas e lajes estruturais de betão armado. Para o efeito serão dimensionados elementos estruturais de modo a que seja verificado o controlo indireto da deformação, para cada um dos regulamentos em separado, e para cada um destes elementos serão calculadas as respetivas deformações de forma explícita, comparando-as com os valores limite. Deste modo, consegue-se perceber qual é o nível da folga que o controlo indireto apresenta face a estes valores limite e se o acréscimo de dificuldade ao nível do cálculo da deformação de forma explícita pode ser compensado por se conseguir adotar soluções menos robustas.

O cálculo destas deformações será apresentado de duas formas distintas: o estudo analítico, através de expressões analíticas e ábacos, e uma análise numérica não linear recorrendo a um programa comercial corrente de elementos finitos, designadamente o *software* SAP2000.

Pretende-se assim, avaliar se existe uma grande diferença entre os valores de deformação obtidos utilizando os critérios de dimensionamento do EC2 e do REBAP.

1.2. Contributo Inovador

O contributo inovador da dissertação prende-se com a modelação em elementos finitos de elementos *Shell* não lineares (ao longo da espessura e vão) para elementos estruturais de laje e viga no âmbito da avaliação das deformações baseadas no dimensionamento segundo o EC2 e REBAP.

1.3. Organização do trabalho

Esta dissertação encontra-se dividida em sete capítulos.

No presente capítulo é feita uma introdução ao tema da dissertação, referido o contributo inovador da tese e a sua organização.

No segundo capítulo é apresentado o estado da arte onde são enunciados os critérios de esbelteza que permitem dispensar o cálculo de deformações e as metodologias que permitem calcular a deformação a longo prazo.

No terceiro capítulo são descritos os métodos de cálculo analítico.

No quarto capítulo são apresentadas as considerações tomadas ao nível numérico na modelação com o SAP2000.

No quinto capítulo são apresentados as parametrizações estudadas bem como os resultados das deformações.

No sexto capítulo são apresentados os casos de estudo, e analisados os resultados obtidos.

No sétimo capítulo será feita uma conclusão geral do trabalho e abordados possíveis desenvolvimentos futuros neste tema.

Capítulo 2

Estado da Arte

2.1. Introdução

A regulamentação em vigor em Portugal permite a dispensa do controlo de deformações se forem cumpridos critérios de esbelteza para os elementos estruturais. Neste capítulo serão apresentados os critérios necessários para dispensar o controlo direto de deformação e indicadas a espessura e altura mínima para lajes e vigas calculada para cada regulamento. Finalmente será abordado a metodologia utilizada para cálculo das deformações a longo prazo.

2.2. Esbeltezas com o REBAP

Na presente secção serão enunciados os princípios de dimensionamento dos elementos estruturais para dispensa da verificação da deformação por meio de cálculo explícito segundo o REBAP.

De acordo com o Artigo 72º do REBAP, o parágrafo 72.3 considera satisfeita a segurança aos estados limites de deformação caso estejam satisfeitas as condições expressas nos artigos 89º, 102º e 113º.

O artigo 89º estabelece que a altura mínima da viga seja calculada através da seguinte expressão:

$$\frac{l_i}{h} = 20\eta \quad (2.1)$$

Em que:

h – altura da viga;

$l_i = l \alpha$ – vão equivalente da viga, sendo l o vão teórico e α um coeficiente dependente das condições de apoio da viga;

η – coeficiente consoante o tipo de aço utilizado.

O artigo 102º estabelece o valor da espessura da laje através da seguinte expressão:

$$\frac{l_i}{h} = 30\eta \quad (2.2)$$

Em que os parâmetros têm a mesma designação que anteriormente, sendo aqui referente à laje. Este artigo recomenda também que a espessura não seja inferior a 7cm no caso de uma laje

submetida principalmente a uma carga distribuída e 15cm para uma laje apoiada diretamente em pilares. O valor do parâmetro α depende do tipo de condições de apoio e apresenta-se no quadro XIII do artigo 89º e quadro XV do artigo 102º, respetivamente para vigas e lajes.

Para o caso dos materiais utilizados na análise do presente trabalho tem-se $\eta = 0.8$ pois o aço empregue é o A500NR. De acordo com as diferentes condições de apoio tem-se na Tabela 2.1 os valores de esbelteza limite para dispensa do controlo direto de deformação. Nos casos em que não foi possível catalogar o elemento estrutural analisado foram utilizados valores intermédios entre as duas situações mais próximas do caso em estudo.

Na Tabela 2.1 a expressão utilizada para o cálculo da espessura mínima da laje fungiforme é idêntica à da laje simplesmente apoiada pois no REBAP não existe uma expressão específica para este caso.

Tabela 2.1: Valores de relação vão/altura útil para o controlo indireto da deformação no REBAP.

| Elemento Estrutural | l/h |
|---|-------|
| Laje simplesmente apoiada, armada nas duas direções | 34 |
| Laje bi-encastada apoiada, armada nas duas direções | 40 |
| Laje fungiforme | 34 |
| Laje bi-encastada, armada nas duas direções | 48 |
| Viga simplesmente | 16 |
| Viga apoiada numa extremidade e apoiada na outra | 20 |
| Viga bi-encastada | 27 |

O artigo 113º estabelece o vão teórico a considerar para as lajes aligeiradas, caso que não é tratado na presente dissertação.

No dimensionamento das vigas, considerou-se a largura do banzo comprimido das vigas em T. De acordo como REBAP é permitido considerar essa largura através do Artigo 88º.

De acordo com [3] as dimensões determinadas através das expressões do REBAP acima enunciadas, poderiam ser insuficientes para verificar o critério de deformação da estrutura.

2.3. Esbeltezas com o EC2

Na presente secção serão enunciados os princípios de dimensionamento dos elementos estruturais para dispensa da verificação da deformação por meio de cálculo explícito no EC2.

De modo a definir a geometria da secção dos elementos estruturais a analisar, vigas e lajes, utilizaram-se as expressões 7.16a e 7.16b de [2], relativamente aos critérios de valor limite de esbelteza (l/d) que permitem a dispensa da verificação direta das deformações.

$$7.16a \left\{ \frac{l}{d} = K \left[11 + 1,5 \sqrt{f_{ck}} \frac{\rho_0}{\rho} + 3,2 \sqrt{f_{ck}} \left(\frac{\rho_0}{\rho} - 1 \right)^{\frac{3}{2}} \right] \text{ se } \rho \leq \rho_0 \right. \quad (2.3)$$

$$7.16b \left\{ \frac{l}{d} = K \left[11 + 1,5 \sqrt{f_{ck}} \frac{\rho_0}{\rho - \rho'} + \frac{1}{12} \sqrt{f_{ck}} \sqrt{\frac{\rho'}{\rho_0}} \right] \text{ se } \rho > \rho_0 \right. \quad (2.4)$$

Em que:

l – vão da laje ou viga;

d - altura útil da laje ou viga, onde se adotou os valores de 3cm de recobrimento para as primeiras e 5cm para as segundas;

K – coeficiente que tem em conta os diferentes sistemas estruturais;

ρ_0 – taxa de armaduras de referência que é dado por $10^{-3} \sqrt{f_{ck}}$;

ρ – taxa de armaduras de tração necessárias a meio vão (ou no apoio no caso de consolas) para equilibrar o momento devido às ações de cálculo;

ρ' – taxa de armaduras de compressão necessárias a meio vão (ou no apoio no caso de consolas) para equilibrar o momento devido às ações de cálculo;

f_{ck} – em MPa.

O parâmetro ρ é calculado através da seguinte expressão:

$$\rho = \frac{b \times d}{A_s} \quad (2.5)$$

Em que

b – largura da secção;

d – altura útil da secção;

A_s - armaduras de tração necessárias a meio vão (ou no apoio no caso de consolas) para equilibrar o momento devido às ações de cálculo.

Considerou-se no caso das vigas, que a viga se encontrava fortemente solicitado sendo deste modo necessário $\rho = 1,5\%$. Relativamente às lajes, considerou-se que estas se encontram levemente solicitadas, usando assim $\rho = 0,5\%$. Deste modo, de forma bastante simplificada, colocar-se-á estas taxas de armadura nos modelos estudados, assumindo que esta verifica os estados limites últimos. O REBAP não indica taxas de armadura necessário para expressões que dispensam o cálculo direto de deformações. Assim utilizaram-se as taxas de armadura idênticas no EC2.

Os valores de K das expressões foram retirados da tabela 7.4N [2], indicada na Figura 2.1. O caso específico das diferentes parametrizações estudadas, ou seja, utilizando o betão C30/37 e com uma utilização corrente tendo-se uma tensão no aço de 310MPa, cumpre as condições que permitem utilizar os valores da tabela indicada na Figura 2.1.

Quadro 7.4N – Valores básicos da relação vão/altura útil para elementos de betão armado sem esforço normal de compressão

| <i>Sistema estrutural</i> | <i>K</i> | <i>Betão fortemente solicitado $\rho = 1,5 \%$</i> | <i>Betão levemente solicitado $\rho = 0,5 \%$</i> |
|---|------------|---|--|
| <i>Viga simplesmente apoiada, laje simplesmente apoiada armada numa ou em duas direcções</i> | <i>1,0</i> | <i>14</i> | <i>20</i> |
| <i>Vão extremo de uma viga contínua ou de uma laje contínua armada numa direcção ou de uma laje armada em duas direcções contínua ao longo do lado maior</i> | <i>1,3</i> | <i>18</i> | <i>26</i> |
| <i>Vão interior de uma viga ou de uma laje armada numa ou em duas direcções</i> | <i>1,5</i> | <i>20</i> | <i>30</i> |
| <i>Laje sem vigas apoiada sobre pilares (laje fungiforme) (em relação ao maior vão)</i> | <i>1,2</i> | <i>17</i> | <i>24</i> |
| <i>Consola</i> | <i>0,4</i> | <i>6</i> | <i>8</i> |
| <p><i>NOTA 1: Em geral, os valores indicados são conservativos, e o cálculo poderá frequentemente revelar que é possível utilizar elementos mais esbeltos.</i></p> <p><i>NOTA 2: Para lajes armadas em duas direcções, a verificação deverá ser efectuada em relação ao menor vão. Para lajes fungiformes deverá considerar-se o maior vão.</i></p> <p><i>NOTA 3: Os limites indicados para lajes fungiformes correspondem, para a flecha a meio vão, a uma limitação menos exigente do que a de vão/250. A experiência demonstrou que estes limites são satisfatórios.</i></p> | | | |

Figura 2.1: Valores de relação vão/altura útil para controlo indirecto da deformação, retirado de [2]

O valor da largura da viga utilizado foi de 40% do valor da altura estimada para a viga. Por outro lado, de acordo com o ponto 5.3.2.1 do EC2, é possível considerar uma largura efetiva dos banzos. Desta forma, de modo a obter um comportamento mais próximo do real, nos cálculos analíticos efetuados, o valor da largura efetiva foi considerado no cálculo da inércia das vigas.

2.4. Comparação das dimensões mínimas do EC2 com o REBAP

Na presente secção serão apresentadas as espessuras e alturas mínimas da laje e da viga, respetivamente, exigidas pelo EC2 e REBAP de forma a verificar o controlo indirecto de deformação para um vão que varia entre 4 e 8m. Foi considerado um recobrimento de 5cm para as vigas e 3cm no caso das lajes.

2.4.1. Laje e Viga Simplesmente Apoiada

Na Figura 2.2 encontram-se as espessuras mínimas para a laje apoiada (Figura 5.8). De igual forma na Figura 2.3 encontram-se as alturas mínimas das vigas considerando lajes quadradas. As dimensões mínimas apresentadas foram determinadas de acordo com o disposto no EC2 e REBAP. O valor do recobrimento considerado foi de 5cm para as vigas e 3cm para as lajes.

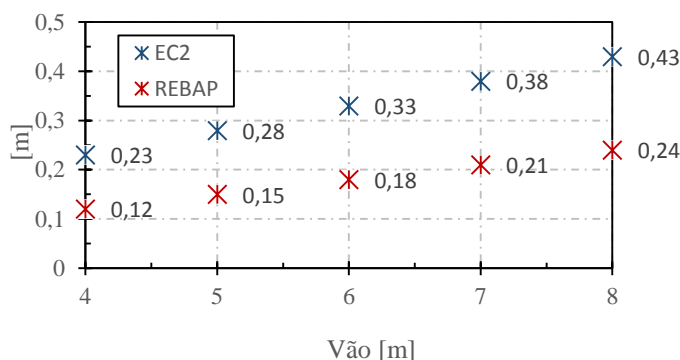


Figura 2.2: Espessuras mínimas das lajes apoiadas

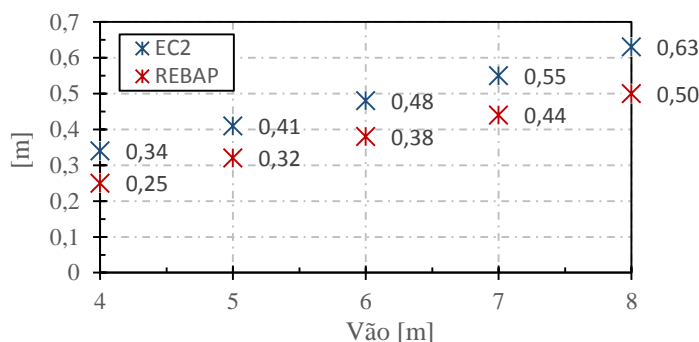


Figura 2.3: Altura mínima das vigas apoiadas das parametrizações quadradas

Por observação dos gráficos da Figura 2.2 e Figura 2.3 os valores das dimensões mínimas que dispensam o cálculo direto dos elementos estruturais dimensionados de acordo com as disposições do EC2 são superiores aos dimensionados com o REBAP. Observa-se ainda que as diferenças entre as dimensões dos elementos estruturais são superiores para o elemento laje.

2.4.2. Laje Apoiada-Encastrada

Na Figura 2.4 encontram-se as espessuras mínimas para uma laje apoiada-encastada em dois bordos e apoiada nos restantes, como demonstrado na Figura 5.13.

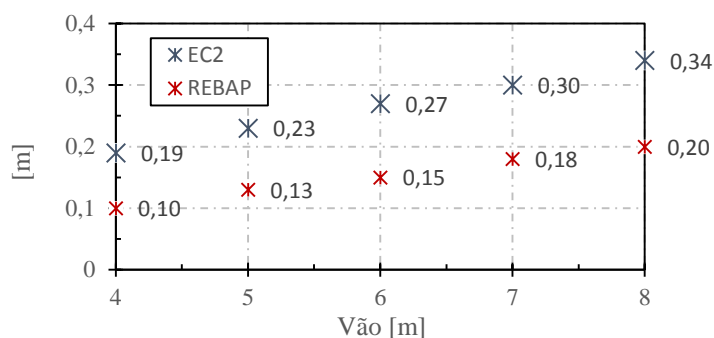


Figura 2.4: Espessuras mínimas da laje apoiada-encastada

Através da observação da Figura 2.4 é possível verificar que as espessuras dimensionadas de acordo com o EC2 são superiores às espessuras do REBAP. Também na Figura 2.4 é possível notar que para um aumento do valor do menor vão as diferenças entre as duas espessuras aumenta.

2.4.3. Laje Bi-Encastada

As espessuras mínimas da laje bi-encastada (Figura 5.18) nos quatro bordos encontram-se na Figura 2.5.

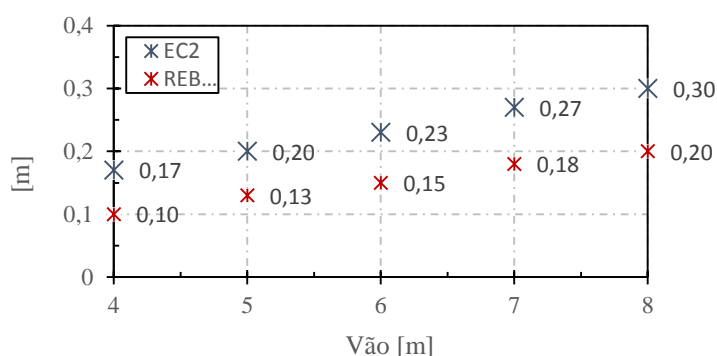


Figura 2.5: Espessuras mínimas da laje bi-encastada

Para concluir a apresentação das espessuras mínimas para as lajes vigadas, constata-se que como nos casos anteriores o valor da espessura dimensionada segundo o EC2 é superior à espessura da laje dimensionada com o REBAP. Conclui-se assim que independentemente das condições de apoio a que as lajes se encontram sujeitas, o dimensionamento segundo o EC2 exige espessuras superiores ao REBAP. É também possível verificar que com o aumento do menor vão as diferenças entre espessuras aumentam.

2.4.4. Laje fungiforme

No gráfico seguinte apresentam-se as espessuras mínimas da laje fungiforme apoiada (Figura 5.23) em que as dimensões L1 e L2 são idênticas.

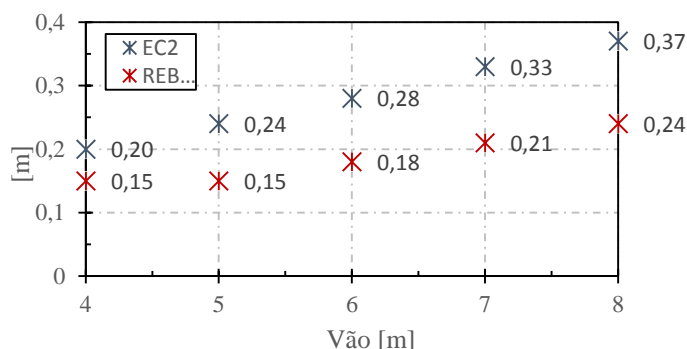


Figura 2.6: Espessuras mínimas das lajes fungiformes

O REBAP no que se refere ao dimensionamento de lajes fungiformes não tem uma expressão específica para este tipo de elemento, sendo necessário utilizar a equação (2.2) da laje vigada maciça como referido anteriormente. Existe contudo uma indicação relativamente à espessura mínima de laje fungiforme, referida em 2.2., obrigando deste modo a que as espessuras do menor vão de 4m e 5m sejam iguais.

Por observação do gráfico da Figura 2.6 conclui-se que assim como nos casos anteriores também a espessura da laje fungiforme dimensionada com o EC2 é superior à espessura do REBAP. De notar que do mesmo modo que nos casos anteriores a diferença entre espessuras aumenta com incremento do menor vão da laje.

Como em todos os casos analisados as dimensões mínimas dos elementos estruturais dimensionadas com o EC2 são superiores às do REBAP, os valores de deformação sejam superiores nos elementos dimensionados com o REBAP.

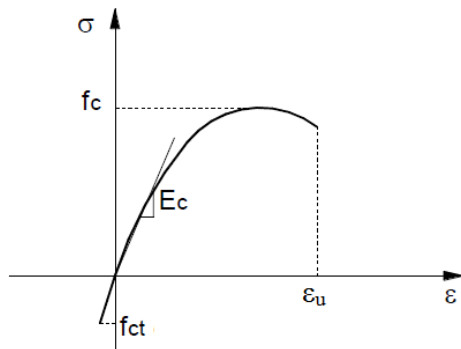
2.5. Metodologias de Deformações a Longo Prazo

2.5.1. Metodologia Material

Cada material apresenta uma estrutura molecular própria, pelo que, quando exposto a inúmeras solicitações, quer de origem antropológica, como a passagem da roda de veículos, ou origem natural, como a ação sísmica, neve ou gelo, tem um comportamento diferente de um outro com propriedades intrínsecas distintas. Por outro lado, a estrutura como um todo, como por exemplo o facto de se aplicar uma combinação de diferentes materiais e o seu grau de hiperstática, faz com que cada uma se adapte diferentemente face a deformações impostas, quer seja uma variação de temperatura ou assentamentos diferenciais.

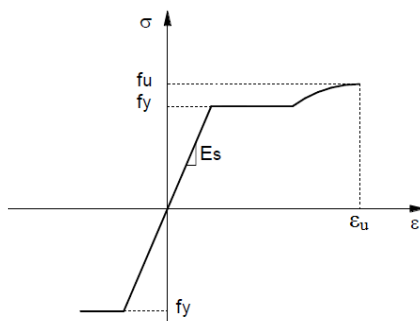
Na presente secção pretende-se perceber de que modo é que as particularidades dos materiais betão e aço influenciam, em separado e de forma conjunta, o comportamento do betão armado, nomeadamente ao nível da deformabilidade de uma estrutura. Para o efeito, é essencial

definir em primeiro lugar as curvas tensão–extensão daqueles materiais, prosseguindo-se com a respectiva análise. Na Figura 2.7 encontra-se esta curva para o betão e Figura 2.8 para o aço.



f_c : tensão de rotura do betão à compressão;
 f_{ct} : tensão de rotura do betão à tracção;
 E_c : módulo de elasticidade tangente do betão;
 ϵ_u : tensão última do betão.

Figura 2.7: Diagrama tensão extensão do betão, adaptado de [4]



f_u : tensão de rotura do aço;
 f_y : tensão de cedência do aço;
 E_s : módulo de elasticidade do aço;
 ϵ_u : extensão última do aço.

Figura 2.8: Diagrama tensão extensão do aço, adaptado de [4]

Apresenta-se também na Figura 2.9, o diagrama momento–curvatura para um dado elemento de betão armado, onde o ponto 1 identifica a ocorrência de fendilhação, o ponto 2 corresponde ao momento em que as armaduras atingem a cedência e o ponto 3 é a rotura da secção.

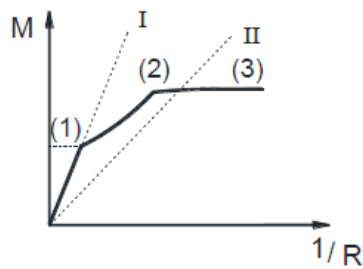


Figura 2.9: Diagrama momento–curvatura para um elemento de betão armado, adaptado de [4]

- (1) Fendilhação do betão;
- (2) Cedência das armaduras;
- (3) Rotura.

I: reta representativa do estado não fendilhado;

II: reta representativa do estado fendilhado.

2.5.1.1. Fluência

A fluência é definida como o aumento da deformação ao longo do tempo sob tensão constante [5]. Na Figura 2.10 apresenta-se este comportamento num gráfico tempo-extensão.

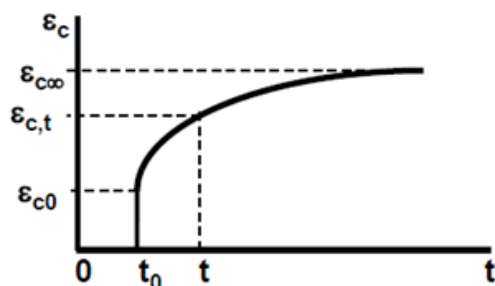


Figura 2.10: Gráfico ilustrativo do fenómeno da fluência, adaptado de [6]

ϵ_c : extensão no betão;

$\epsilon_{c\infty}$: extensão a tempo infinito;

$\epsilon_{c,t}$: extensão no betão no tempo t_i .

Quimicamente este fenómeno é explicado como uma variação da estrutura molecular na pasta de cimento do betão, nomeadamente ao nível do volume de água [7], dependendo de fatores como a duração e intensidade do carregamento, da idade do betão no primeiro carregamento, da humidade relativa do ar, da relação água cimento da mistura, da geometria do elemento, entre outros [2].

Designa-se por coeficiente de fluência o quociente entre o incremento de extensão num dado período de tempo e o valor da extensão inicial, sendo, por outro lado também função do módulo de elasticidade tangente do betão [4]. Este coeficiente é de elevada importância pois permite o estudo de estruturas de betão armado tendo em consideração de forma simples o efeito da fluência na deformação, como é o exemplo da definição do módulo de elasticidade equivalente que representa a perda de rigidez neste material com o tempo.

Para contabilizar o efeito da fluência assume-se que o módulo de elasticidade do material diminui ao longo do tempo. É calculado através da seguinte expressão [2]:

$$E_{c,eff} = \frac{E_{cm}}{1 + \varphi(\infty, t_0)} \quad (2.6)$$

Em que:

E_{cm} – módulo de elasticidade secante do betão;

$\varphi(\infty, t_0)$ – coeficiente de fluência para a acção e o intervalo de tempo considerado.

O valor do módulo de elasticidade secante encontra-se no EC2 indicado no quadro 3.1. Relativamente ao coeficiente de fluência, o seu valor é estimado através da observação de gráficos ou pela utilização das expressões do Anexo B do EC2, em que os parâmetros avaliados são a humidade relativa (RH), a idade do betão na data do carregamento, em dias (t_0), a espessura equivalente (h_0) e a classe do cimento empregue no betão (S,N,R).

2.5.1.2. Fendilhação

A fendilhação de uma dada secção é entendida como o instante em que a fibra mais solicitada à tração atinge a resistência mínima do betão, aparecendo uma fenda. É então neste momento que se dá a passagem destas tensões de tração para o aço, ocorrendo juntamente uma quebra repentina na rigidez [4], como se pode ver no diagrama da Figura 2.9.

Na Figura 2.11 está representada uma viga apoiada com carga distribuída. Considera-se que M_I é inferior ao momento de fendilhação (M_{cr}) e M_{II} superior ao momento de fendilhação.

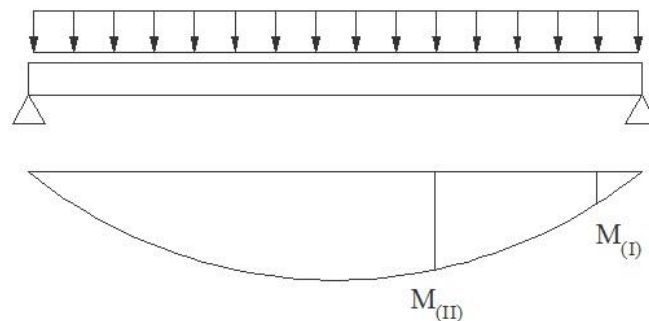
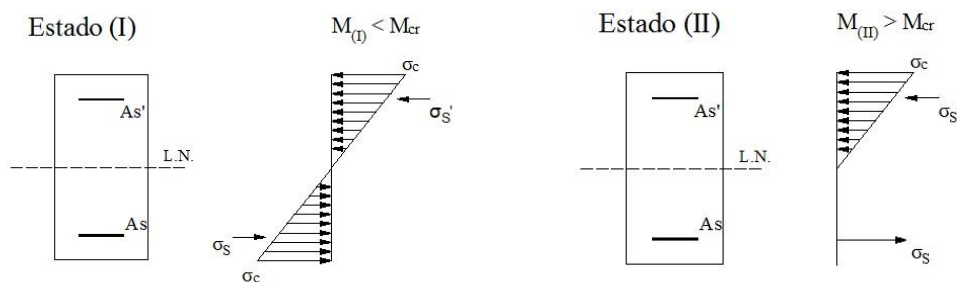


Figura 2.11: Viga simplesmente apoiada com carga distribuída

Na Figura 2.12 estão representadas as tensões no betão e aço para os momentos I e II respetivamente.



a) Tensões na secção de betão no estado I

b) Tensões na secção de betão no estado II

Figura 2.12: Tensões na secção de betão: a) Estado I e b) Estado II

De modo a calcular as deformações na viga da Figura 2.11 é necessário, como será posteriormente explicado, integrar a expressão (3.3). A rigidez da viga é variável e depende se a viga se encontra não fendilhada (Estado I) ou fendilhada (Estado II), Figura 2.12. A consideração de todas estas condicionantes dificultam o cálculo analítico tornando-o complexo, sendo então necessário recorrer a métodos computacionais.

2.5.2. Método dos Coeficientes Globais

A estimativa da deformação elástica não dá resultados razoáveis e por essa razão foi necessário analisar os diversos fatores que afetam a deformabilidade de um elemento de betão armado ao longo do tempo de forma a chegar a valores de deformação mais rigorosos. Percebe-se assim pelo acima enunciado que a dificuldade incide no valor da rigidez a utilizar, pois este, para estruturas de betão armado, não é constante à medida que o nível de carga aumenta, nomeadamente imediatamente após se atingir a fendilhação na secção mais solicitada.

Deste modo, quando se analisa a deformação de uma estrutura de betão armado, para um determinado nível de carga, é necessário ter em conta em primeiro lugar se existe alguma secção que sofre fendilhação para esse carregamento. De facto, antes da fendilhação a deformabilidade dos elementos de betão armado é menor e depende principalmente da fluência e retração e pouco das armaduras.

Deste modo, define-se para uma dada secção a curvatura em estado I como a curvatura antes da secção fendilhar, onde o índice c indica que só se tem em conta os parâmetros relativamente ao betão e o índice i indica que se trata do estado I, logo, tem-se uma secção de betão e aço onde toda a área de betão participa na resistência [4].

$$\left(\frac{1}{r}\right)_I = \frac{M}{E_c I_I} \quad (2.7)$$

Assim, antes de uma secção fendilhar, a curvatura é constante e igual à curvatura em estado I. Como a inércia da secção homogénea de betão é praticamente igual à inércia em estado I, ou seja, à inércia da secção homogeneizada aço e betão não fendilhado. Para o caso da viga, a expressão (3.3) calcula a deformação da viga. Substituindo a expressão anterior em (3.3) chega-se à mesma expressão que a flecha elástica referida na secção anterior.

Porém, a expressão da curvatura em estado I pode ser aperfeiçoada se se pretender ter em consideração o papel das armaduras na restrição da deformação a curto prazo, antes da fendilhação, embora, como foi referido, não tenha um papel determinante. Assim, [8] determinou a seguinte expressão para a curvatura em estado I.

$$\left(\frac{1}{r}\right)_I = k_{s1} \times \frac{1}{r_c} + k_{\varphi 1} \times \varphi \times k_{s1} \frac{1}{r_c} + \frac{1}{r_{cs1}} \quad (2.8)$$

Onde,

$\frac{1}{r_c}$ – curvatura elástica

k_{s1} – coeficiente que considera, a ação das armaduras, a curto prazo, sendo naturalmente ;

$k_{\varphi 1}$ – coeficiente que quantifica o grau de restrição que a armadura oferece ao incremento de deformação por fluência do betão (efeito equivalente ao k_{s1} , mas agora ao incremento de deformação a longo prazo);

$\frac{1}{r_{cs1}}$ – a termo que representa a curvatura por retração e tem em conta o grau de assimetria das armaduras na secção, mas que por ser de menor importância será desprezado.

Após a fendilhação, a estrutura sofre uma perda abrupta de rigidez, com redução do módulo de elasticidade, pelo que a deformabilidade global da estrutura aumenta. É então denominada por curvatura em estado II a que resulta de uma secção fendilhada, considerando-se que o betão não tem resistência à tração e é dada por [4]:

$$\left(\frac{1}{r}\right)_{II} = \frac{M}{E_c I_{II}} \quad (2.9)$$

Da mesma forma que na expressão (2.10), a curvatura em estado fendilhado pode ser dada [4]:

$$\left(\frac{1}{r}\right)_{II} = k_{s2} \times \frac{1}{r_c} + k_{\varphi 2} \times \varphi \times k_{s2} \frac{1}{r_c} + \frac{1}{r_{cs2}} \quad (2.10)$$

Deste modo, desde o momento em que a primeira secção atinge a fendilhação até todo o elemento estar fendilhado, existem secções entre fendas que ainda contribuem para a resistência à tração e rigidez da estrutura, tendo-se que a curvatura num qualquer momento após a primeira abertura de fenda esteja entre a curvatura do estado I e II [4].

Assim surge o conceito de curvatura média com o qual, a partir de um coeficiente de repartição, τ se avalia o estado da curvatura num determinado momento do carregamento, fazendo-se uma ponderação entre o nível de curvatura em estado I e II do seguinte modo [4]:

$$\frac{1}{r_m} = (1 - \tau) \frac{1}{r_I} + \tau \times \frac{1}{r_{II}} \quad (2.11)$$

Tendo-se que o coeficiente de repartição τ depende sobretudo do grau de afastamento das cargas atuantes em relação às de fendilhação, sendo que antes da fendilhação este coeficiente é nulo, verificando-se o que foi referido anteriormente. Este parâmetro τ também depende da tensão nas armaduras de tração, do grau de aderência dos varões e da duração e repetição das cargas [4].

De forma não exaustiva, percebe-se que substituindo as expressões $\frac{1}{r_I}$ e $\frac{1}{r_{II}}$ em $\frac{1}{r_m}$ e esta em (3.3) obtém-se [4]:

$$a = [(1 - \tau)k_{s1}(1 + k_{\phi 1}\phi) + \tau k_{s2}(1 + k_{\phi 2}\phi)]a_c \quad (2.12)$$

ou seja, a flecha a longo prazo pode ser obtida pelo produto de um coeficiente K pela flecha elástica.

Este coeficiente K é referente a uma dada secção, tendo de se fazer uma ponderação entre os coeficientes K de todas as secções de momento máximo [4].

Este parâmetro foi estudado por [8] e depende da taxa de armadura de tração e compressão, do nível de momento face ao momento de fendilhação e da fluência, sendo que o valor utilizado no presente documento é o segundo, uma vez que se calculam as deformações para o nível de carga da combinação quase permanente de ações.

O momento de fendilhação é calculado utilizando a seguinte expressão:

$$M_{cr} = f_{ctm} \times \frac{I_c}{z} \quad (2.13)$$

Em que:

I_c – Inércia da secção de betão;

z – distância do eixo neutro à fibra mais tracionada.

Assim em [8] a deformação a longo prazo calculada pelo método dos coeficientes globais é calculada através da seguinte expressão:

$$a_t = \left(\frac{h}{d}\right)^3 \eta k_t a_c \quad (2.14)$$

em que:

η – coeficiente que depende da percentagem de armadura de tração e compressão e dos módulos de elasticidade do aço e betão. Este valor é retirado de [9];

k_t – valor retirado de [9];

a_c – valor da flecha elástica.

Capítulo 3

Modelos Analíticos

3.1. Cálculo de flechas em lajes

Para determinar as deformações elásticas em lajes, recorreu-se às tabelas de Barés [10]. Para cálculo das deformações e esforços são assumidas as seguintes hipóteses:

- Linearidade Física;
- Linearidade Geométrica;
- Homogeneidade do material;
- Hipótese de Kirchhoff → As fibras normais ao plano médio da laje permanecem indeformáveis e perpendiculares ao plano médio após deformação.

A resolução das equações que regem o comportamento das lajes é de grande complexidade, logo, recorrem-se a métodos numéricos para o cálculo das soluções. Assim são utilizados [10]:

- Métodos de séries duplas;
- Método das diferenças finitas.

De acordo com o enunciado no capítulo 2, para as diferentes parametrizações apresentam-se a representação da laje associados à tabela utilizada [9]:

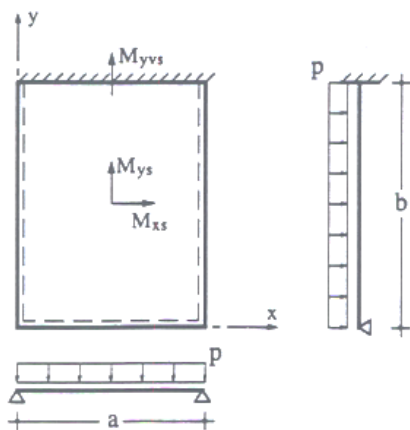


Figura 3.1: Laje apoiada, adaptado de [9]

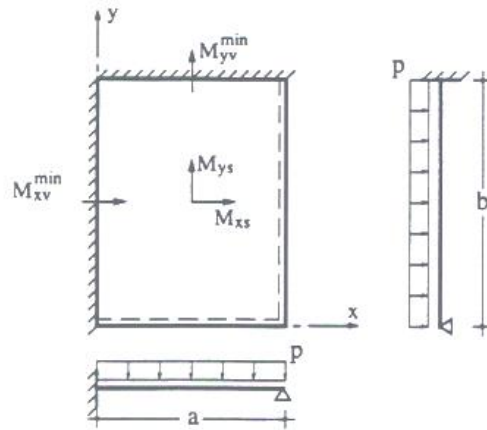


Figura 3.2: Laje apoiada-encastada, adaptado de [9]

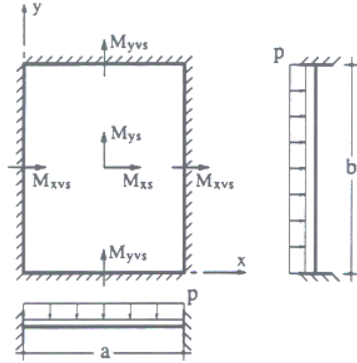


Figura 3.3: Laje bi-encasturada, adaptado de [9]

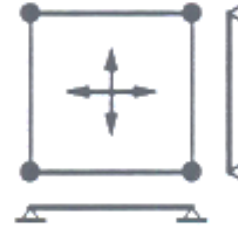


Figura 3.4: Laje fungiforme quadrada, adaptado de [9]

As tabelas completas podem ser consultadas no Anexo B. Para determinar a flecha elástica é necessário obter o coeficiente γ . Este é dado [9]:

$$\gamma = \frac{a}{b} \quad (3.1)$$

em que a e b correspondem aos valores dos vãos da laje e γ varia entre 0.5 e 2, pois fora deste intervalo considera-se que a laje tem um comportamento em flexão cilíndrica. Os valores intermédios entre os indicados na tabela foram calculados por interpolação linear. Deste modo, o valor da deformação elástica em lajes é dado [9]:

$$a_c = k_{bares} \frac{pa^4}{Eh^3} \quad (3.2)$$

3.2. Cálculo de flechas em vigas

A determinação de uma deformação de uma viga, através do Princípio dos Trabalhos Virtuais (PTV), tem a seguinte formulação matemática [11]:

$$a = \int_l \frac{1}{r} M' dx \quad (3.3)$$

Em que o índice l indica que se trata de um integral ao longo do comprimento do elemento, $1/r$ é a curvatura na secção condicionante desse comprimento e M' é o momento nesse mesmo ponto devido a uma carga unitária com o sentido e aplicação no local do deslocamento a calcular. Por outro lado a curvatura $\frac{1}{r}$ é definida por [11]:

$$\frac{1}{r} = \frac{M}{EI} \quad (3.4)$$

em que:

M - momento devido ao carregamento real da estrutura;

E – Módulo de elasticidade;

I – Inércia.

Assim, de modo a calcular a deformação para os elementos em estudo, é necessário definir a curvatura dos mesmos.

Para calcular a deformação elástica basta utilizar na expressão anterior o módulo de elasticidade do betão e a secção homogénea de betão. Apesar de ser uma estimativa fácil tem o seu valor diminuído por ser pouco representativo da realidade, uma vez que despreza muitos fatores relevantes para a deformabilidade de uma estrutura de betão armado, como a influência das armaduras no aço, a fendilhação e efeitos no tempo como a fluência e a retração.

Distribuição das ações da laje para a viga

O encaminhamento das cargas da laje para as vigas foi feita recorrendo ao método das bandas garantido a compatibilidade num ponto da laje. De uma forma simplificada, no método das bandas utiliza o teorema estático da teoria da plasticidade. É assumido que a carga presente na laje pode ser equilibrada por flexão. Neste método a laje é dividida em faixas, geralmente na direção x e y, e cada faixa é analisada somente numa direção [12]. Como a distribuição de cargas depende da rigidez dos apoios e das dimensões do vão é necessária um correto encaminhamento de cargas de modo a obter distribuições de esforços aproximadas às distribuições de esforços elásticas.

Na Figura 3.5 encontra-se um exemplo de uma laje, com um bordo encastrado e os restantes apoiados.

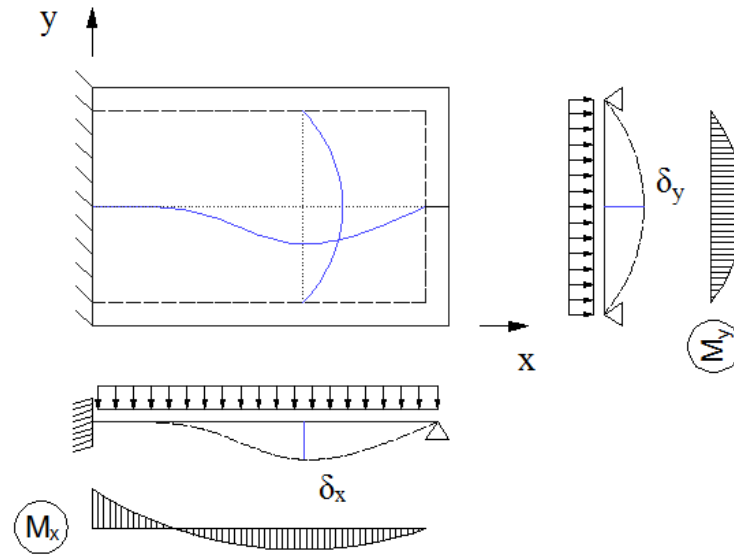


Figura 3.5: Compatibilidade dos deslocamentos num ponto para uma laje com um bordo encastrado e os restantes apoiados

No presente trabalho considerou-se uma banda em cada direção, como demonstrado na Figura 3.5. O deslocamento de cada uma destas faixas foi calculado pela equação 3.5. [13]:

$$\delta_i = \frac{k_i \times q_i \times l_i^4}{EI} \quad i \in [x; y] \quad (3.5)$$

Em que:

k_i – rigidez da banda dependente das condições de apoio na direção i ;

q_i – carga na direção i ;

l_i – vão na direção i ;

E – módulo de elasticidade da banda na direção i ;

I – inércia da banda na direção i .

É condição de equilíbrio para as lajes que a soma das cargas distribuídas nas duas direções seja igual à carga atuante sobre a laje [13]. Deste modo, se α_i for o coeficiente de distribuição de carga na direção i , nas direções x e y :

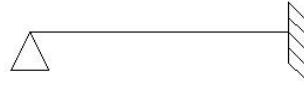
$$\alpha_x + \alpha_y = 1 \quad (3.6)$$

O coeficiente k depende das condições de apoio da laje. Os valores retirados de [6], [13] encontram-se na Figura 3.6, Figura 3.7 e Figura 3.8



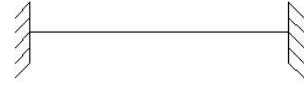
$$k = \frac{5}{384}$$

Figura 3.6: coeficiente k para a laje apoiada



$$k = \frac{2.08}{384}$$

Figura 3.7: coeficiente k para a laje apoiada-encostada



$$k = \frac{1}{384}$$

Figura 3.8: coeficiente k para a laje bi-encostada

De forma a garantir o deslocamento das lajes num ponto, igualam-se a expressão do deslocamento nas duas direcções como demonstrado na equação

$$\delta_x = \delta_y \quad (3.7)$$

$$\frac{k_x \times q_x \times l_x^4}{EI} = \frac{k_y \times q_y \times l_y^4}{EI} \quad (3.8)$$

No presente caso os valores do módulo de elasticidade e inércia são iguais, obtém-se:

$$k_x \times q_x \times l_x^4 = k_y \times q_y \times l_y^4 \quad (3.9)$$

e,

$$q_x = \frac{k_y \times q_y \times l_y^4}{k_x \times l_x^4} \quad (3.10)$$

A condição de equilíbrio estabelece que a soma das cargas nas duas direcções seja igual à carga atuante sobre a laje, como representado na equação 3.11.

$$q = q_x + q_y \quad (3.11)$$

$$q_x = q - q_y \quad (3.12)$$

Substituindo a equação 3.9 em 3.11, conclui-se que:

$$q_y = q \times \frac{1}{\frac{k_y \times l_y^4}{k_x \times l_x^4} + 1} \quad (3.13)$$

O valor de carga encaminhado para as diferentes direcções é calculado através da expressão

$$q_i = q \times \frac{1}{\frac{k_i \times l_i^4}{k_j \times l_j^4} + 1}, i, j \in [x; y] \quad (3.14)$$

Capítulo 4

Modelos Numéricos

4.1. Relação constitutiva do betão

Os materiais a definir no modelo de elementos finitos no SAP2000 são o aço e o betão. Em relação a estes, é necessário analisar a sua isotropia e não linearidade. As propriedades dos materiais empregues no SAP2000 e a sua formulação são descritos nesta secção.

- **Material isotrópico**

Um material isotrópico caracteriza-se por ter propriedades iguais em todas as direcções e portanto as características são simétricas relativamente a qualquer plano. Deste modo, os três planos definidos por um referencial cartesiano qualquer são planos de simetria em relação às características reológicas do material [11].

Tanto o aço como o betão são materiais isotrópicos. Na definição do betão no modelo de SAP2000 foi utilizado este modelo de material isotrópico, definindo as propriedades mecânicas relacionadas com tensão, extensão e temperatura [14] por (4.1):

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \gamma_{12} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{23} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E} & \frac{-\nu}{E} & \frac{-\nu}{E} & 0 & 0 & 0 \\ & \frac{1}{E} & \frac{-\nu}{E} & 0 & 0 & 0 \\ & & \frac{1}{E} & 0 & 0 & 0 \\ & & & \frac{1}{G} & 0 & 0 \\ & sym. & & & \frac{1}{G} & 0 \\ & & & & & \frac{1}{G} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{23} \end{Bmatrix} \quad (4.1)$$

Em que:

E – módulo de elasticidade;

ν – coeficiente de Poisson;

G – módulo de distorção;

O módulo de distorção é calculado do seguinte modo:

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (4.2)$$

No entanto, como o material aço é utilizado em peças do tipo de varão de aço, o tipo de modelo escolhido para este material foi a de material uniaxial.

- **Material uniaxial**

No SAP 2000, para definir o material como varão de aço (Rebar), o programa considera que as tensões σ_{22} , σ_{33} e σ_{23} são nulas independentemente do valor das extensões, denominando este tipo de material como material uniaxial. Assim sendo, as propriedades mecânicas relacionadas com tensão, extensão e temperatura [14] no material aço estão definidas na equação seguinte.

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \gamma_{12} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{23} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E} & \frac{-\nu}{E} & \frac{-\nu}{E} & 0 & 0 & 0 \\ & \frac{1}{E} & \frac{-\nu}{E} & 0 & 0 & 0 \\ & & \frac{1}{E} & 0 & 0 & 0 \\ & & & \frac{1}{G} & 0 & 0 \\ & & & & \frac{1}{G} & 0 \\ & & & & & \frac{1}{G} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ 0 \\ 0 \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{13} \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (4.3)$$

sym.

Não linearidade do material

No SAP 2000, a não linearidade do material é considerada através da utilização de modelos direcionais, ou seja, são modeladas para um ou mais componentes várias respostas tensão-deformação. É portanto necessário definir em primeiro lugar o referencial do material, representado na Figura 4.1

,

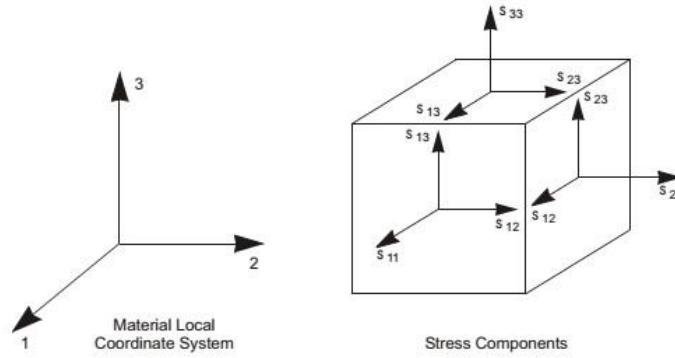


Figura 4.1: Referencial do material no SAP2000, retirado de [14]

É de notar que existe a possibilidade de considerar um material como inativo numa dada direção, de modo a que as tensões nessa direção sejam nulas.

- **Esforço normal**

O comportamento em relação ao esforço normal, tração e compressão, é modelado ao admitir um gráfico tensão – extensão na direção do sistema de eixos do material. No caso de um material uniaxial é definido o gráfico tensão – extensão apenas na direção 1. Nos restantes casos, o gráfico tensão-extensão é definido nas três direções separadamente.

A tensão dos materiais é sempre considerada com uma grandeza positiva, separando-se assim as tensões de tração das tensões de compressão. Deste modo, o gráfico tensão – extensão pode ser representado de acordo com a equação (4.4).

$$\sigma_{ii}(\varepsilon_{ii}) = \begin{cases} \sigma_T(\varepsilon_{ii}), & \varepsilon_{ii} \geq 0 \\ \sigma_C(\varepsilon_{ii}), & \varepsilon_{ii} \leq 0 \end{cases} \quad i \in [1; 2; 3] \quad (4.4)$$

O parâmetro σ_T representa o valor da tração, e σ_C representa o valor da compressão. São ainda impostas as seguintes condições:

$$\begin{cases} \sigma_T(\varepsilon) \geq 0, & \sigma_T(0) = 0 \\ \sigma_C(\varepsilon) \leq 0, & \sigma_C(0) = 0 \end{cases} \quad (4.5)$$

No entanto, como o material aço é utilizado em peças do tipo de varão de aço, o tipo de modelo escolhido para este material foi a de material uniaxial.

- **Corte**

O gráfico da tensão – extensão devido ao corte, é calculado a partir do gráfico tensão – extensão modelado para o comportamento do esforço normal através de uma rotação de 45° dos eixos da peça utilizando o círculo de Mohr.

Deste modo, para materiais isotrópicos, define-se o gráfico da tensão/extensão devido ao corte através da equação seguinte.

$$\sigma_{ij}(\varepsilon_{ij}) = \begin{cases} \sigma_s(\varepsilon_{ij}), & \varepsilon_{ij} \geq 0 \\ -\sigma_s(-\varepsilon_{ij}), & \varepsilon_{ij} \leq 0 \end{cases} \quad i \in [1; 2; 3] \quad (4.6)$$

em que:

$$\sigma_s(\varepsilon_{ij}) = \frac{1}{4}(\sigma_T(\varepsilon_{ij}) - \sigma_C(-\varepsilon_{ij})), \quad \varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}\gamma_{ij} \geq 0, \quad i \neq j \quad (4.7)$$

Em materiais uniaxiais, o valor da tensão devido ao corte é metade do valor de tensão num material isotrópico. Desta forma, o gráfico tensão – extensão pode ser definido de acordo com a equação seguinte.

$$\sigma_{ij}(\varepsilon_{ij}) = \frac{1}{2} \begin{cases} \sigma_s(\varepsilon_{ij}), & \varepsilon_{ij} \geq 0 \\ -\sigma_s(-\varepsilon_{ij}), & \varepsilon_{ij} \leq 0 \end{cases} \quad (4.8)$$

4.2. Formulação do Elemento Shell

O SAP2000 permite a utilização de três elementos de área distintos:

- *Shell*
- *Plane*
- *Asolid*

Na dissertação foi utilizado o elemento de área *Shell* tanto para as lajes como para as vigas. Apesar de ser corrente modelar vigas com elementos *Frame*, optou-se por utilizar elementos *Shell* de modo a obter resultados mais precisos.

As *Shell* são elementos de área que usam a formulação de elementos finitos convencionais compostos por três ou quatro nós, e que combinam o comportamento de membrana e de laje.

Ao modelar um elemento *Shell*, este gera um sistema de eixos 123 [14], identificados respetivamente com a cor vermelha, verde e azul como representado na Figura 4.2. Os eixos 1 e 2 encontram-se no plano da *Shell* e o eixo 3 normal ao plano.

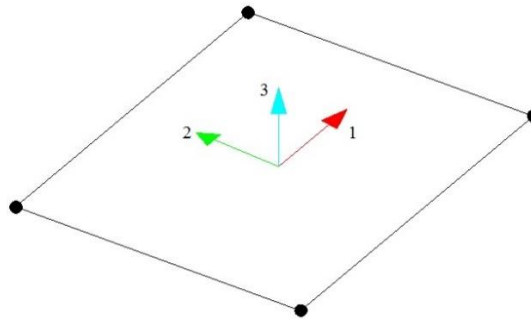


Figura 4.2: Sistema de eixos do elemento *Shell*

Como pode ser constatado, este sistema de eixos está pré definido como coincidente com o sistema do material.

O comportamento de membrana [14] permite o deslocamento em todos os nós no seu plano e a rotação no plano normal de acordo com a Figura 4.3.

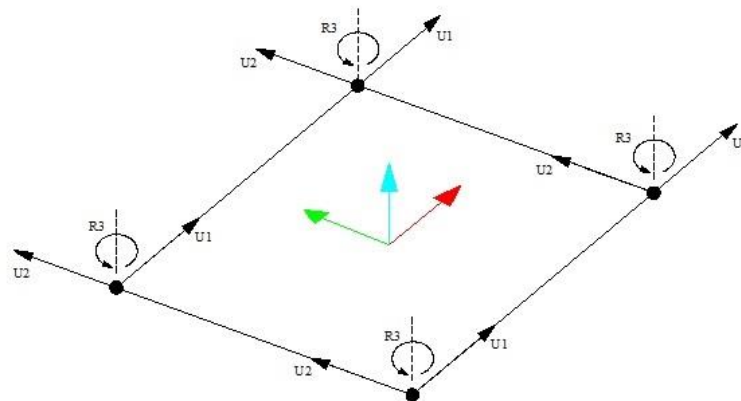


Figura 4.3: Deslocamentos e rotações do elemento *Shell* associado ao comportamento de membrana

O comportamento de laje [14] permite uma translação normal ao plano e a rotação nas duas direcções fora do plano da placa. Este comportamento encontra-se representado na Figura 4.4.

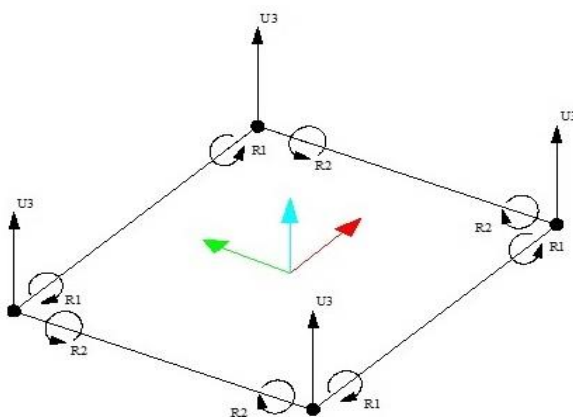


Figura 4.4: Deslocamentos e rotações do elemento *Shell* associado ao comportamento de laje

É possível a utilização de dois tipos diferentes de formulação no comportamento de laje.

- Formulação de laje fina (Kirchhoff), designado no SAP2000 por *Shell – Thin*;
- Formulação de laje espessa (Mindlin/Reissner), designado no SAP2000 por *Shell – Thick*.

A diferença entre as duas deformações reside no facto de que a formulação de laje espessa considera os efeitos de deformação devido ao esforço transversal. Este efeito é importante [14] quando a espessura da laje é cinco a dez vezes inferior à dimensão do vão [15]. A utilização desta formulação permite a obtenção de melhores resultados em zonas onde existem concentrações de tensões elevadas, nomeadamente em zonas de mudança de espessura, variação das condições de apoio e junto a aberturas ou reentrâncias [14]. No presente trabalho foi utilizada a formulação de laje espessa.

A junção das duas formulações permite obter o elemento de área utilizado nesta dissertação, ou seja, um comportamento do tipo *Shell* ou comportamento de casca. Este apresenta assim 6 graus de liberdade em cada nó, como representado na Figura 4.5

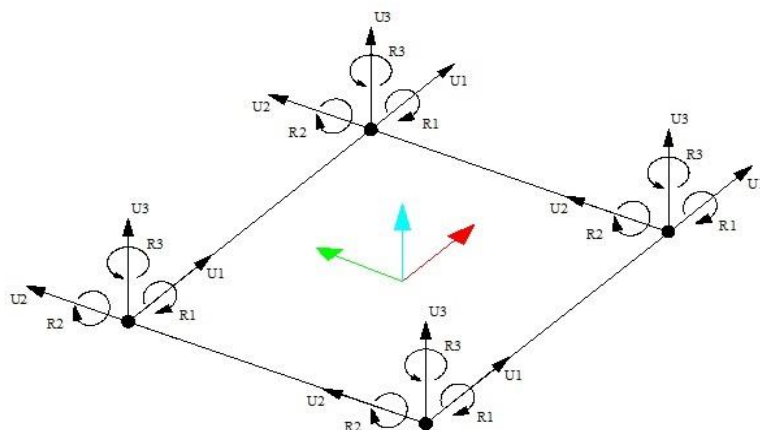


Figura 4.5: Deslocamentos e rotações do elemento *Shell* associado ao comportamento de casca

Na definição de um comportamento de casca é necessário introduzir duas espessuras da secção e que estão associadas às formulações de membrana e laje. Assim, a espessura de membrana (t_h) é utilizada no cálculo da rigidez de membrana e no volume do elemento de forma a determinar o peso próprio e a massa. A espessura de laje (t_{lb}) é utilizada para o cálculo da rigidez de flexão e rigidez de corte.

4.3. Método das Multi-Camadas

De modo a definir a secção dos elementos estruturais, o SAP2000 permite adotar dois tipos distintos de secção para o elemento de área *Shell*:

- Secção Homogénea
- Secção Heterogénea

Secção homogénea

Na análise de modelos lineares, é corrente a utilização de *Shell* de secção homogénea. Uma vez que o modelo linear contém este tipo de elemento, em seguida serão descritas as suas propriedades por ordem de caracterização.

1) Formulação do comportamento do elemento de *Shell*

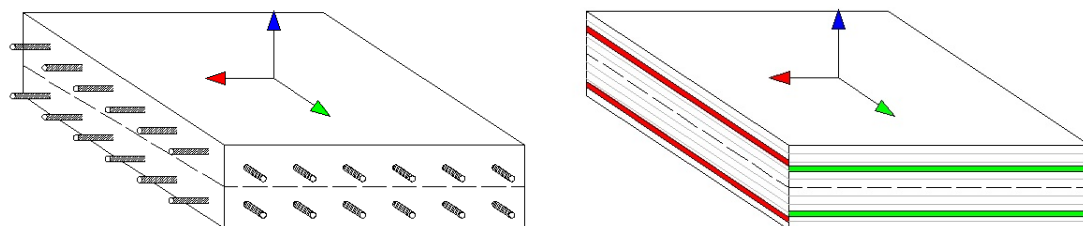
Nesta primeira fase, é necessário definir o comportamento da laje a adotar, entre *Shell-Thin* ou *Shell-Thick*. A formulação escolhida na modelação dos elementos neste trabalho foi *Shell-Thick*.

2) Definição do material

Para definir o material é necessário fornecer os valores peso volúmico (γ), do módulo de elasticidade (E) e do coeficiente de Poisson (ν)

3) Ângulo do material

As propriedades do material são definidas de acordo com o sistema de eixos do mesmo que, como se viu, está pré-definido como coincidente com o sistema de eixos da *Shell*. Contudo, para facilitar a modelação dos materiais uniaxiais, é vantajosa a mudança de direção na qual o material está definido, fixando a direção 3 como coincidente com a direção 3 do elemento de *Shell* e rodando os eixos 1 e 2. Na Figura 4.6 observa-se que a armadura no topo tem um comportamento segundo a direção do eixo a vermelho e a armadura em baixo, rodada 90°, tem um comportamento segundo o eixo a verde.



a) Secção real de betão armado

b) Secção não linear de betão armado

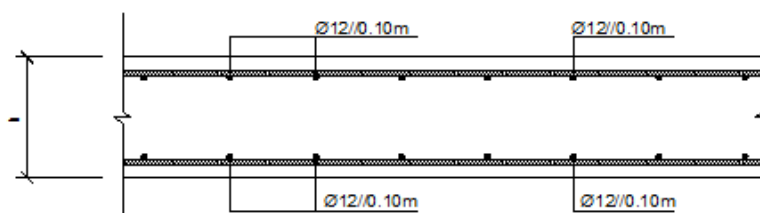
Figura 4.6: Comparação de uma secção a) real e b) numérica

4) Definição da espessura da membrana e da espessura da laje

O valor das espessuras de membrana e laje foram obtidos com base no enunciado no capítulo 3.

• Secção heterogénea

A secção heterogénea é construída ao longo da espessura da *Shell* por várias camadas independentes (Método das Multi-Camadas). Figura 4.7 e Figura 4.8 estão ilustrados esquemas do modo de definição da laje e viga respetivamente.



a) Secção de laje de betão armado

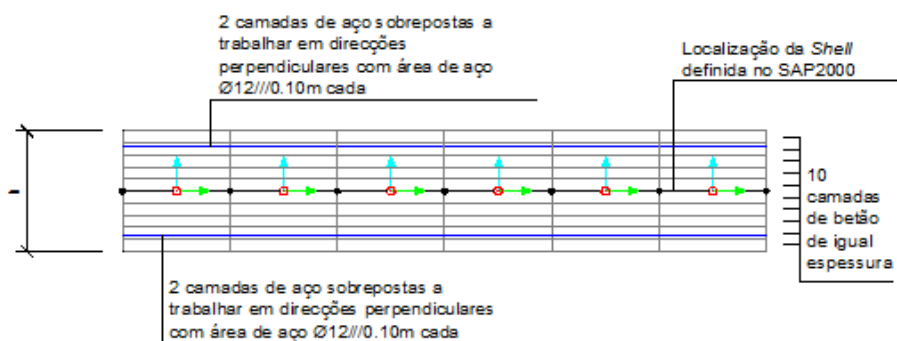
b) Esquema da laje de betão armado definida com elemento *Shell* não lineares

Figura 4.7: Comparação entre uma a) secção real de laje de betão armado e b) secção definida por elementos *Shell* não lineares

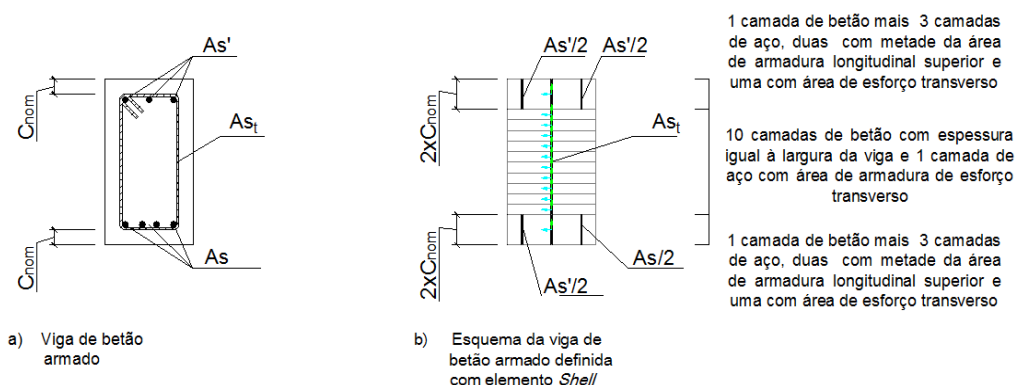


Figura 4.8: Comparação entre uma a) secção real de viga de betão armado e b) secção definida por elementos *Shell* não lineares

Como demonstram a Figura 4.7 e Figura 4.8 existe sobreposição de camadas, ou seja, duas camadas ocupam o mesmo espaço. Como a espessura de betão sobreposta é muito reduzida, a sua contribuição para a resistência da secção é desprezável. Contrariamente à secção homogénea descrita no subcapítulo anterior, no caso da secção heterogénea é possível considerar a não linearidade do material.

É conveniente definir um elevado número de camadas, pois desta forma obtém-se uma correta distribuição de tensões na secção de betão armado. Como é possível definir o diagrama de tensão-extensão dos materiais empregues nos SAP2000, podemos obter secções fendilhadas. Na figura seguinte encontra-se a representação da distribuição de tensões de uma secção fendilhada no SAP2000.

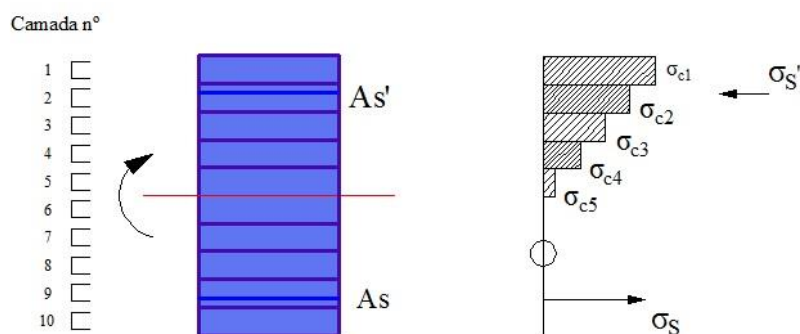


Figura 4.9: Distribuição de tensões numa secção fendilhada de betão armado no SAP2000

O esforço normal e momento flector são determinados pelo programa do seguinte modo:

$$\begin{cases} N = A_{s_j} \cdot \sigma_{s_j} + A_{s'_j} \cdot \sigma_{s'_j} + \sum A_{c_{ij}} \cdot \sigma_{c_{ij}} \\ M_j = A_{s_j} \cdot \sigma_{s_j} \cdot z_{s_j} + A_{s'_j} \cdot \sigma_{s'_j} \cdot z_{s'_j} + \sum A_{c_{ij}} \cdot \sigma_{c_{ij}} \cdot z_{c_{ij}} \end{cases}$$

Em que:

i – índice representativo da camada de betão;

j – índice representativo da direcção do esforço.

Em seguida serão descritos por ordem de definição os parâmetros necessários à caracterização da secção heterogénea no SAP2000.

1. Nome das camadas

Em primeiro lugar é necessário dar um nome a cada camada. Este nome deve ser único em cada secção, contudo existe vantagem em nomear camadas em diferentes secções com o mesmo nome, porque permite mostrar vários resultados em simultâneo de diferentes secções.

2. Posição da camada

É necessário introduzir a posição que cada camada ocupa no elemento *Shell*. Essa distância é definida da origem do referencial da *Shell* na direcção do eixo 3 ao centro da camada, como ilustra Figura 4.10.

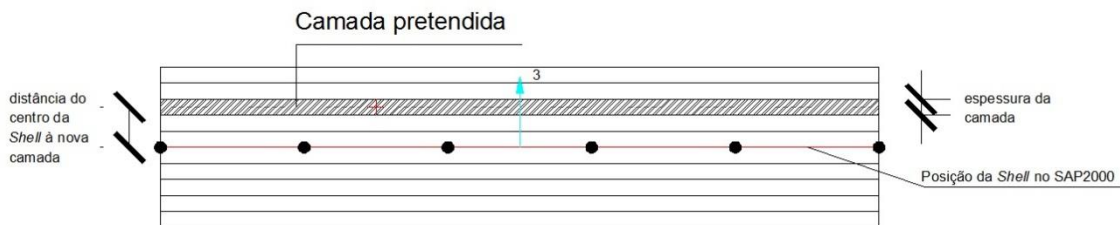


Figura 4.10: Posição da camada num elemento *Shell* não linear

Como referido, cada camada é tratada de forma independente sendo possível existir sobreposições de camadas. No presente trabalho existe sobreposição entre camadas de aço e camadas de betão, mas como a espessura da camada de aço é reduzida, a área de betão sobreposto é também reduzida e então a sua contribuição é desprezável.

3. Espessura da camada

A espessura de cada camada é medida de forma semelhante ao posicionamento de cada camada, ou seja, na direcção do eixo 3 do referencial da *Shell* de acordo com a Figura 4.10.

4. Comportamento da camada

É possível escolher entre os três tipos de formulação acima mencionados.

- a) Membrana;
- b) Laje;
- c) Casca.

A formulação escolhida nos modelos Não Linear foi a de comportamento de casca.

Numa secção heterogénea, quando se adota um comportamento de laje ou casca, é obrigatória a utilização a formulação de laje espessa de Mindlin/Reissner.

5. Número de pontos de integração

O comportamento do material é integrado num número finito de pontos na direcção de cada camada. No caso de uma análise não linear, e por forma a obter um correto comportamento das secções, é necessário utilizar várias camadas de betão. Deste modo, não é necessário um elevado número de pontos de integração que exigem um esforço computacional elevado.

6. Material da camada

A definição de cada material é feita através da definição de uma gráfico tensão-extensão. No capítulo 5 são descritas as propriedades dos materiais e no Anexo A é explicado os passos necessários para a modelação no SAP2000.

7. Ângulo do material

É possível definir a orientação de cada material de acordo com o enunciado no tópico anterior da secção homogénea. Desta forma, é possível orientar os materiais uniaxiais de modo a obter armaduras em lajes nas duas direcções ou a armadura de esforço transversal em vigas. A Figura 4.6 ilustra essas armaduras.

8. Comportamento do material

No programa é necessário definir o tipo de análise ao material nas componentes S11, S22 e S12. As duas primeiras componentes são relativas ao esforço axial e a última ao corte. Para cada uma delas, existem três opções de escolha, designadamente considerar o material Não Linear, Linear e Inativo.

O modo como o SAP 2000 calcula as tensões na *Shell* depende do comportamento definido para cada camada. No caso de existirem 3 comportamentos diferentes independentemente da camada ou do número de camadas, o programa analisa cada comportamento de forma

independente. Para todas as camadas com comportamento inativo será assumido que a tensão é nula.

Capítulo 5

Estudo Paramétrico

O estudo paramétrico desenvolvido no presente trabalho, tem por objetivo, avaliar as deformações determinadas pelos métodos analítico e numérico descritos anteriormente. Deste modo serão caracterizados os vários modelos em estudo assim como as considerações tomadas ao nível dos materiais empregues e das ações sobre as quais os elementos estruturais se encontram sujeitos.

5.1. Tipos de modelo

No estudo paramétrico da presente dissertação e posteriormente na análise dos casos de estudo do capítulo 6, foram analisados e modelados três casos distintos, conforme indicado no anexo A. A diferença entre estes modelos reside no comportamento adotado para os diferentes materiais

Nos diferentes modelos os materiais utilizados serão sempre os mesmos mas com gráficos de tensão–extensão diferentes. Para o betão escolheu-se o C30/37 por ser um tipo de utilização corrente, cujo valor característico da resistência à compressão (f_{ck}), valor médio da resistência a tração (f_{ctm}) e o módulo de elasticidade aos vinte oito dias ($E_{c,28}$) se encontram na Tabela 5.1. O aço escolhido foi o A500NR, cujas características, tensão característica de cedências (f_{yk}) e módulo de elasticidade (E_s), se encontram na Tabela 5.2.

Tabela 5.1: Propriedades do betão C30/37

| f_{ck} (MPa) | f_{ctm} (MPa) | $E_{c,m}$ (GPa) |
|----------------|-----------------|-----------------|
| 30.0 | 2.9 | 33.0 |

Tabela 5.2: Propriedades do aço A500NR.

| f_{yk} (MPa) | E_s (GPa) |
|----------------|-------------|
| 500 | 200 |

5.1.1. Modelo Linear (ML)

Este modelo admite que as secções são constituídas exclusivamente de betão com um comportamento elástico linear tanto à compressão como à tração, apresentando o gráfico tensão–extensão um declive igual ao módulo de elasticidade correspondente ao tipo de betão considerado. Assim, em ambos os elementos estruturais, foram introduzidas as propriedades da Tabela 5.3.

Tabela 5.3: Coeficientes a introduzir no SAP2000 para o betão

| Coeficientes SAP2000 | |
|-------------------------------|--------|
| γ [kN/m ²] | 25 |
| E [kPa] | 30E+06 |
| ν | 0,2 |
| ϕ | 2,5 |

O gráfico de tensão–extensão do betão encontra-se na Figura 5.1.

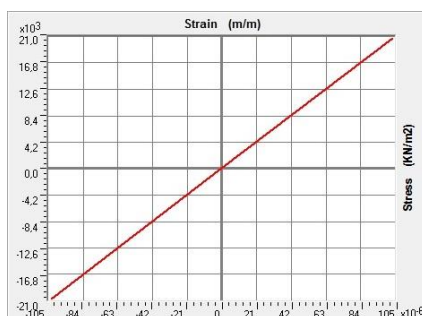


Figura 5.1: Gráfico tensão – extensão para o betão linear

5.1.2. Modelo Não Linear 1 (MNL1)

Este modelo apresenta uma secção heterogénea aço e betão. O betão apresenta resistência à tração nula, sendo que à compressão tem o mesmo comportamento que o modelo anterior.

O gráfico do aço encontra-se na Figura 5.2 e é igual nos dois modelos não lineares. O gráfico do betão no modelo não linear 1 está ilustrado na Figura 5.3.

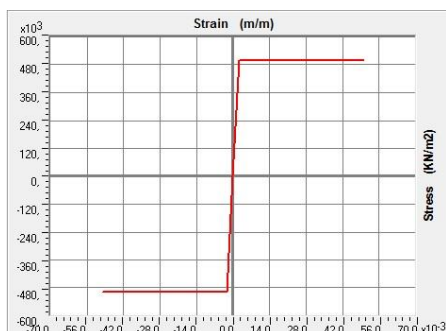


Figura 5.2: gráfico tensão-extensão do aço não linear no SAP2000

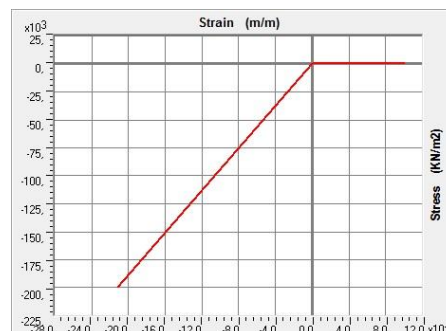


Figura 5.3: gráfico tensão-extensão do betão no MNL1 no SAP2000

5.1.3. Modelo Não Linear 2 (MNL2)

Este modelo também adota uma secção heterogénea aço e betão. O aço tem o mesmo comportamento que no modelo anterior. No entanto, o betão apresenta um valor máximo de resistência à tração de 2.9MPa o gráfico do modelo não linear 2 encontra-se na Figura 5.4.

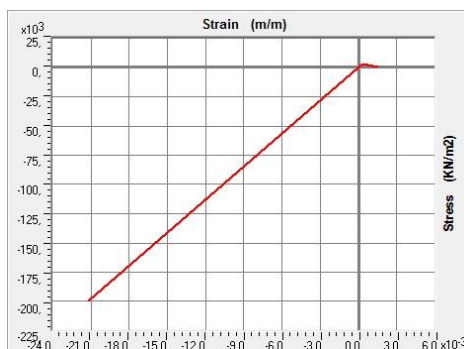


Figura 5.4: gráfico tensão-extensão do betão no MNL2 no SAP2000

5.1.4. Malha de elementos finitos

Na Figura 5.5 e Figura 5.6 encontram-se representadas as malhas de elementos finitos utilizadas para os diferentes tipos de elementos estruturais estudados. A malha de elementos finitos da laje é composta por elementos quadrados de dimensão 0,25m.

Para o modelo de viga considerado, a malha de elementos finitos da laje é composta por elementos quadrados de 0,25m de lado. A viga foi dimensionada como descrito no capítulo anterior. A malha de elementos finitos em que se inserem as armaduras têm uma dimensão em secção de 0,1m (o dobro do recobrimento), sendo que a restante secção foi dividida em elementos de dimensões inferiores. Ao longo do vão, os elementos têm a mesma dimensão da laje, 0,25m.

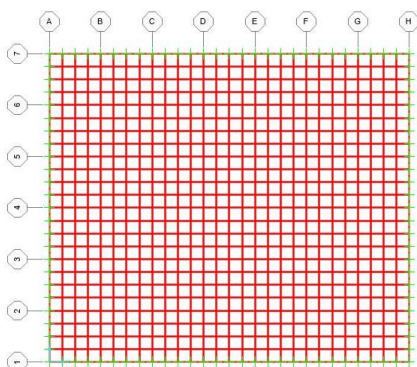


Figura 5.5: Malha de elementos finitos da laje

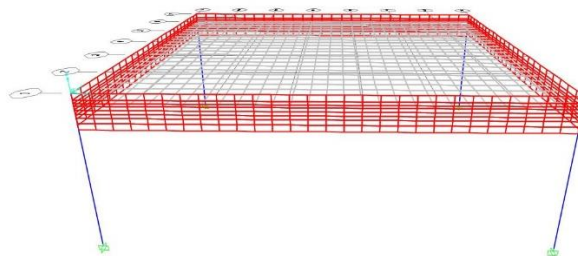


Figura 5.6: Malha de elementos finitos do modelo de laje

O esquema de ligação da laje com a viga encontra-se na Figura 5.7

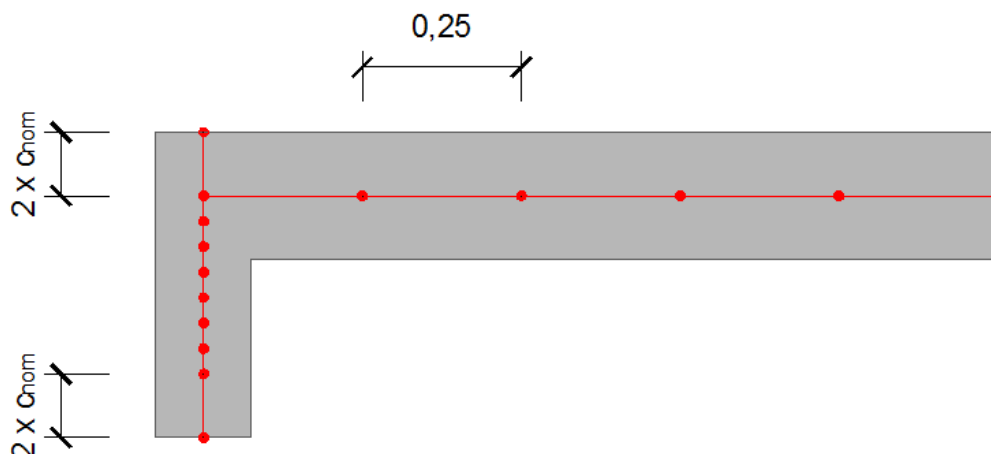


Figura 5.7: Esquema de ligação da viga à laje na malha de elementos finitos do modelo de viga

5.2. Acções

Como se pretende analisar as deformações dos elementos estruturais, foi aplicada sobre a laje uma carga uniforme de 10kN/m^2 . Dado que o peso da estrutura varia com a espessura da laje, este valor não é o mais rigoroso para todas as parametrizações estudadas. É, no entanto, um valor próximo do da combinação quase permanente de acções, estando-se como pretendido na gama de tensões do estado limite de utilização. Repare-se que para uma laje 20cm de espessura, as cargas aplicadas são as associadas ao peso próprio da laje e das paredes divisórias, as restantes cargas permanentes e a sobrecarga, apresentando-se os valores dessa acções na Tabela 5.4 para utilizações de pavimento residencial correntes.

Tabela 5.4: Exemplo do cálculo de acções para uma laje de 20 cm

| | |
|---|------------------|
| Peso próprio da laje [kN/m^2] | 25×0.20 |
| Restantes cargas permanentes [kN/m^2] | 1.5 |
| Peso próprio das paredes divisórias [kN/m^2] | 2.0 |
| Sobrecarga [kN/m^2] | 2.0 |

Para um $\Psi_2 = 0.3$ obtém-se

$$25 \times 0.20 + 1.5 + 2 + 0.3 \times 2 = 9.10 \text{ kN/m}^2$$

Logo, adequa-se a aplicação de uma carga de 10 kN/m^2 . Foi considerado desprezável o peso próprio da viga.

Para serem percecionadas as diferenças entre deformações determinadas com base nos modelos analíticos e numéricos é calculado o rácio (r) das deformações de acordo com a expressão (5.1).

$$r = \frac{\delta_{numérico}}{\delta_{analítico}} \quad (5.1)$$

Os gráficos apresentados neste capítulo referem-se às parametrizações quadradas em que $L1 = L2$. Os restantes gráficos podem ser consultados no Anexo D.

Valores Limite

Na presente dissertação são apresentados os valores limite de deformação determinados segundo o EC2 e o REBAP.

- **Combinação Frequente (CF)**

Segundo o artº. 72.2 do REBAP, o valor de deformação para combinação frequente de ações não deve exceder:

$$\delta < \frac{l}{400} \quad (5.2)$$

- **Combinação Quase-Permanente (CQP)**

O EC2 em 7.4.1(4), recomenda que em edifícios de habitação o valor da deformação para a combinação quase-permanente não exceda:

$$\delta < \frac{l}{250} \quad (5.3)$$

5.3. Laje Simplesmente Apoiada

Nesta secção é apresentada a geometria da laje apoiada. Em estruturas de pisos correntes, é difícil de encontrar painéis de laje modelados desta forma. Contudo, por se tratar da geometria de maior simplicidade de cálculo analítico e que portanto apresenta melhores resultados, optou-se por também o modelar em elementos finitos e comparar ambos os resultados.

Assim na Figura 5.8 encontra-se a geometria da laje apoiada. As dimensões $L1$ e $L2$ variaram entre 4 e 8m, permitindo o estudo de lajes retangulares e quadradas. A espessura da laje foi calculada em função do menor vão e para as diferentes parametrizações. Os valores encontram-se na Figura 2.2.

Os valores das deformações analíticas e numéricas encontram-se na Tabela C.1 e Tabela C.2, respetivamente.

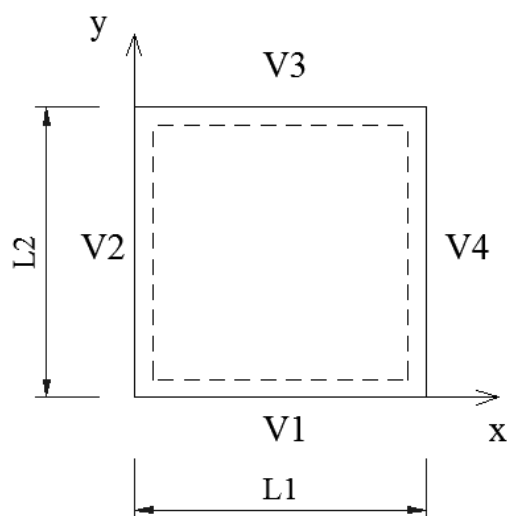


Figura 5.8: Representação de uma laje apoiada nos quatro bordos (vigas V1, V2, V3 e V4) de vãos L1 e L2.

5.3.1. Resultados Lineares

No gráfico seguinte encontram-se os rácios dos valores analíticos e numéricos da laje apoiada dimensionada segundo o EC2 e o REBAP.

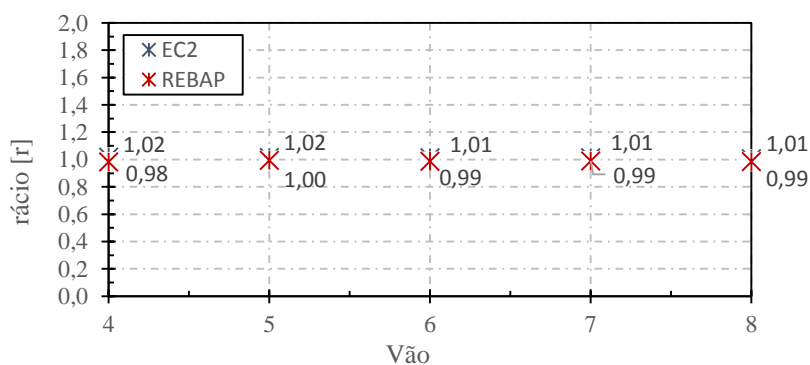


Figura 5.9: Rácio dos valores de deformação elástica da laje apoiada

Por observação do gráfico conclui-se que os valores do rácio são aproximados à unidade, logo os modelos lineares das lajes dimensionadas com o EC2 e REBAP encontram-se validados. Os gráficos das restantes parametrizações encontram-se no Anexo D1.1. Verifica-se que também os valores do rácio de deformação são aproximados à unidade.

5.3.2. Resultados Não-Lineares

Nas Figura 5.10 e Figura 5.11 apresentam-se os resultados dos rácios das parametrizações dos modelos não lineares.

Modelo Não Linear 1

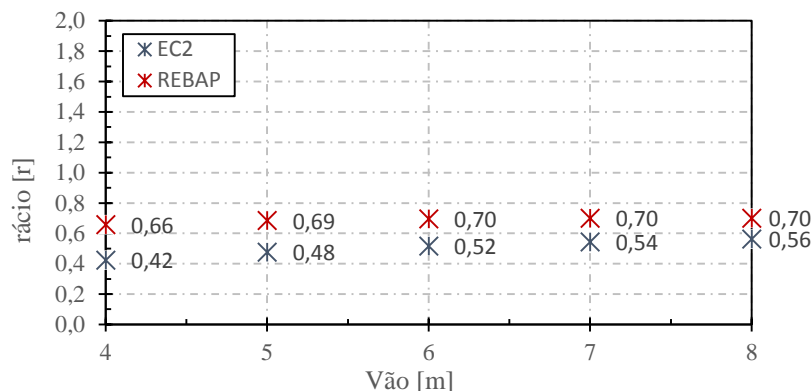


Figura 5.10: Rácio das deformações dimensionadas da laje apoiada do MNL1

Modelo Não Linear 2

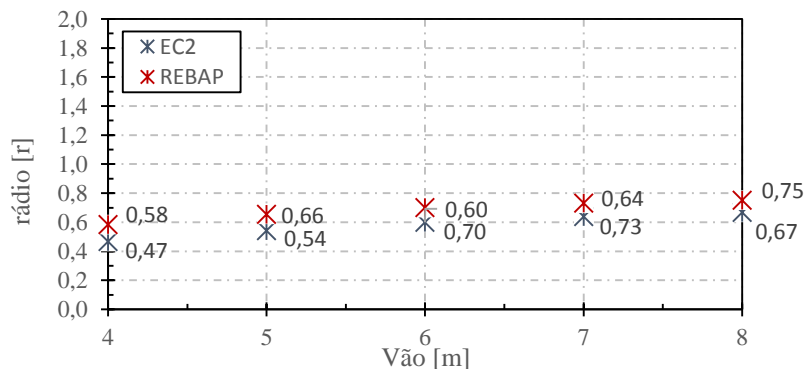
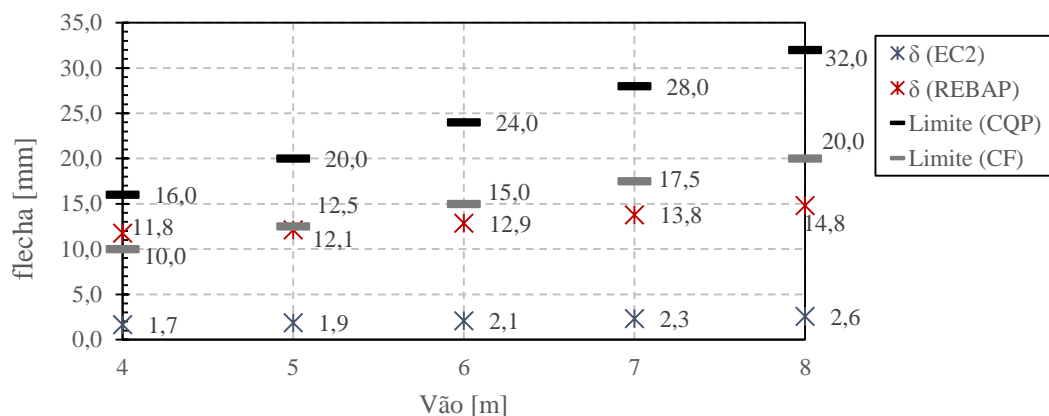


Figura 5.11: Rácio das deformações dimensionadas da laje apoiada do MNL2

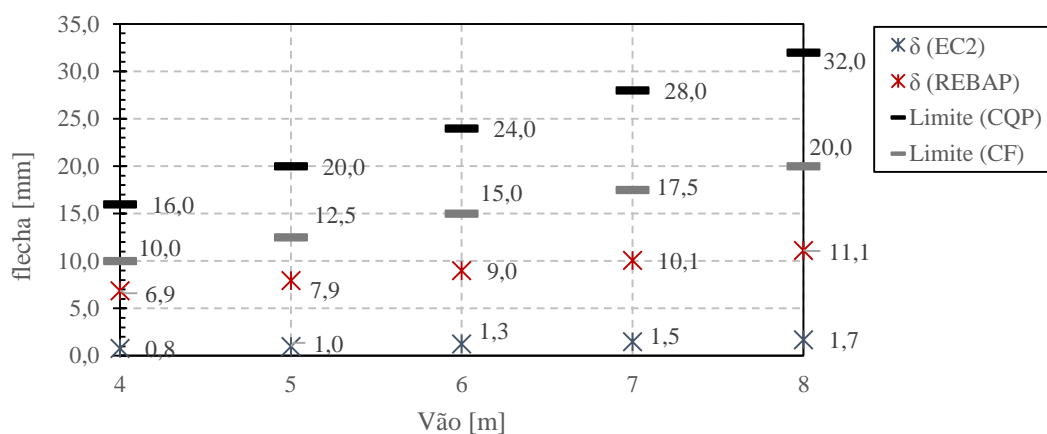
Observa-se que os valores da deformação obtidos com o SAP2000 são inferiores aos obtidos pelo cálculo analítico para as lajes dimensionadas pelo EC2 e REBAP. Observa-se que os valores de deformação calculados analiticamente e numericamente, e que se encontram no anexo C, na Tabela C.1e Tabela C.2 respetivamente apresentam diferenças significativas.

Comparação com valores limite

Na figura seguinte são apresentados os valores das deformações da laje apoiada determinados analiticamente e com recurso ao SAP2000 e os respetivos valores limite de deformação.



a) Deformação analítica do MNL2



b) Deformação numérica do MNL2

Figura 5.12: Valores da deformação a) analítica e b) numérica e respectivos valor limite para a laje apoiada

Observa-se que para as parametrizações quadradas os valores da deformação são sempre inferiores aos valores limite.

Verifica-se ainda que para todas as parametrizações estudadas que as deformações calculadas com o EC2 são sempre inferiores às deformações limite. Contudo nos gráficos da Figura D.13 à Figura D.16 os valores das parametrizações 5x4m, 6x4m, 7x5m, 8x5m e 8x6m dimensionadas de acordo com o REBAP não respeitam o valor limite da combinação frequente. As parametrizações 7x4m, 8x4m não respeitam os valores limite da combinação frequente e quase-permanente.

Analisando as deformações analíticas do REBAP das parametrizações retangulares e conclui-se que os valores limite da combinação frequente (Anexo C), nunca são respeitados.

5.4. Laje Apoiada-Encastrada

A geometria da laje Apoiada-Encastrada encontra-se na Figura 5.13. Com esta geometria pretende-se obter a deformação de um painel de laje de canto. Assim como na laje apoiada, as dimensões $L1$ e $L2$ variaram entre 4 e 8m. Os valores de espessura mínima calculados segundo o REBAP e EC2 encontram-se na Figura 2.4.

Os valores das deformações analíticas e numéricas encontram-se na Tabela C.3 e Tabela C.4, respetivamente.

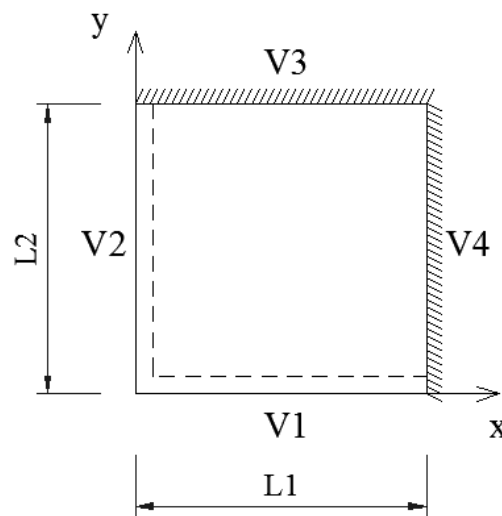


Figura 5.13: Representação de uma laje apoiada-encastada nas duas direções (vigas V1, V2, V3 e V4) de vãos $L1$ e $L2$.

5.4.1. Resultados Lineares

Na Figura 5.14 são apresentados os rácios da deformação elástica calculados de acordo com a expressão (5.1).

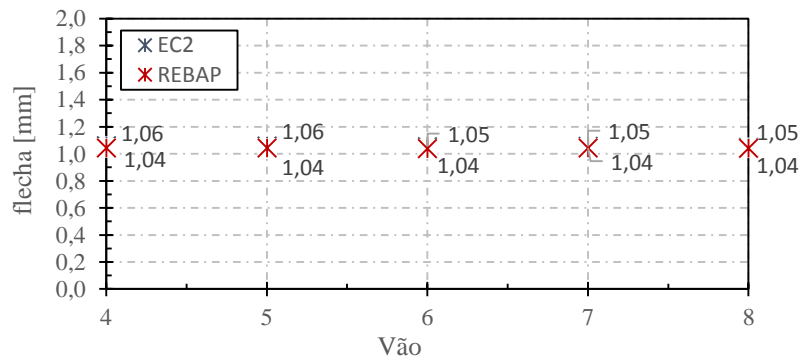


Figura 5.14 Rácio dos valores de deformação elástica da laje apoiada-encastada

Estabelecendo um paralelismo com a secção da laje apoiada (5.3.1.), como os valores do rácio são aproximados à unidade, implica que as deformações calculadas pelo método analítico e numérico são quase idênticas logo o modelo linear da laje apoiada-encastada encontra-se validado.

5.4.2. Resultados Não-Lineares

Na Figura 5.15 e Figura 5.16 encontram-se os gráficos do rácio das deformações do MNL1 e MNL2, respetivamente, calculadas para as parametrizações dimensionadas com o EC2 e REBAP.

Modelo Não Linear 1

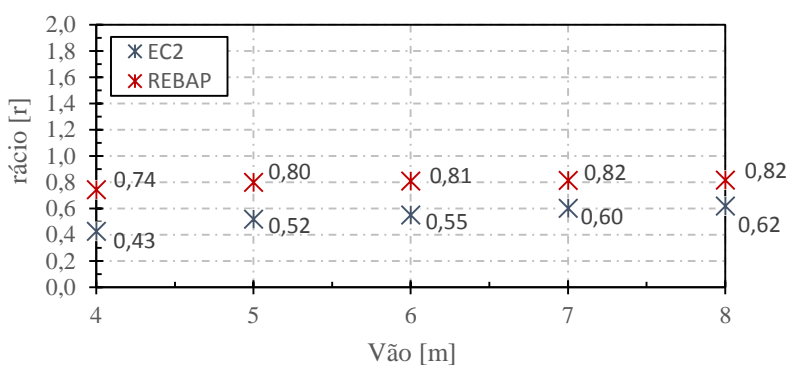


Figura 5.15: Rácio das deformações dimensionadas da laje apoiada-encastada do MNL1

Modelo Não Linear 2

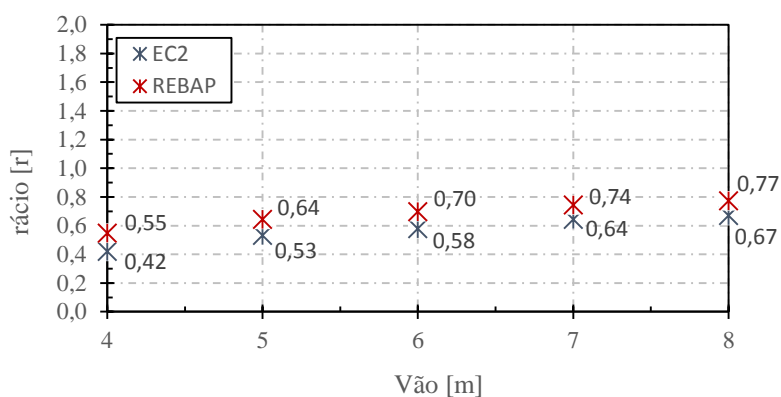
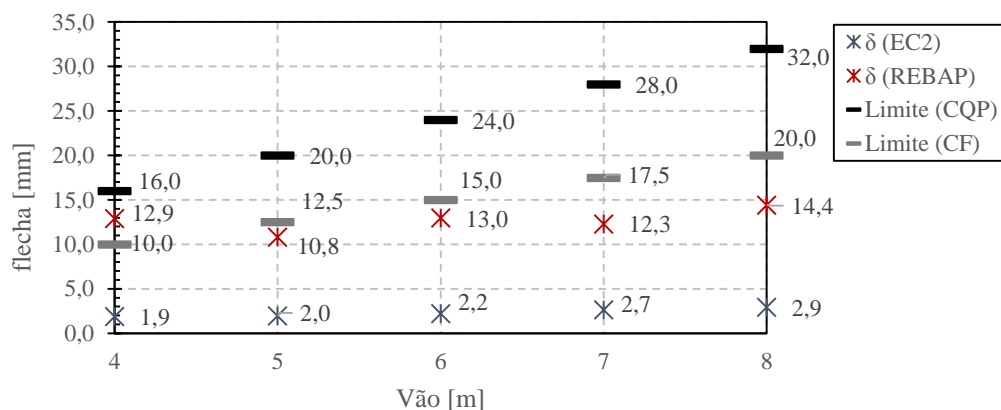


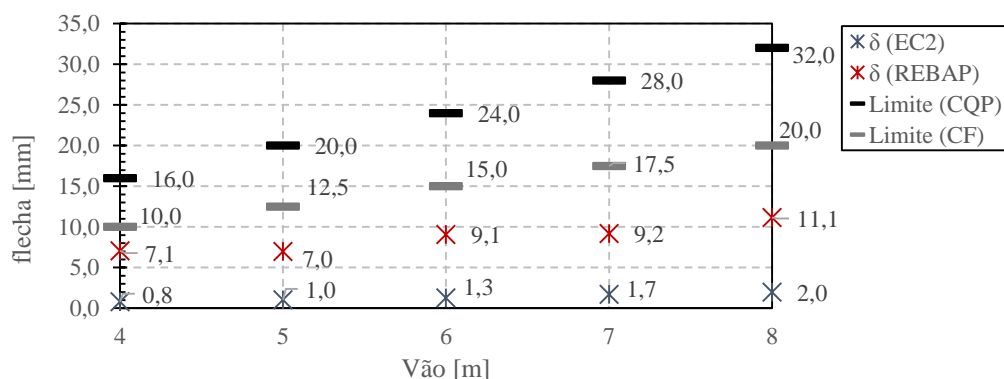
Figura 5.16: Rácio das deformações dimensionadas da laje apoiada-encastada do MNL2

Assim como no caso da laje apoiada, e como o valor do rácio é inferior à unidade verifica-se que os valores da deformação obtidos com o SAP2000 são inferiores que os obtidos pelo cálculo analítico para as lajes dimensionadas pelo EC2 e REBAP.

Comparação com valores limite



a) Deformação analítica do MNL2



b) Deformação numérica do MNL2

Figura 5.17: Valores da deformação a) analítica e b) numérica e respetivos valor limite para a laje apoiada-encasturada

Os valores de deformação analíticos são superiores aos numéricos. Assim comparando os gráficos da Figura 5.17 observa-se que para a parametrização 4x4m dimensionada de acordo com o preconizado no REBAP, a deformação analítica é superior ao valor limite para a combinação frequente. Contudo o mesmo valor limite é respeitado na deformação calculada numericamente.

Os valores limite da laje dimensionada segundo o EC2 são sempre cumpridos, independentemente do tipo de análise efetuada.

Através da observação dos gráficos da Figura D.29 à Figura D.32 conclui-se que os resultados das deformações do MNL2 obtidos pelo SAP2000 para as parametrizações 5x4m, 6x4m, 7x5m, 8x5m e 8x6m não cumprem os valores limite da combinação frequente. Adicionalmente as parametrizações 7x4m e 8x4m não cumprem nenhum valor limite.

5.5. Laje Bi-Encastrada

Na presente secção encontra-se definido a geometria da laje bi-encastrada. Com esta parametrização pretende-se simular o comportamento de um painel de laje interior. As dimensões $L1$ e $L2$ variaram entre 4 e 8m. Na Figura 5.18 está indicado a geometria da laje bi-encastrada. As espessuras mínimas dependem do menor vão da laje e podem ser consultadas na Figura 2.5.

Os valores das deformações analíticas e numéricas encontram-se na Tabela C.5 e Tabela C.6, respetivamente.

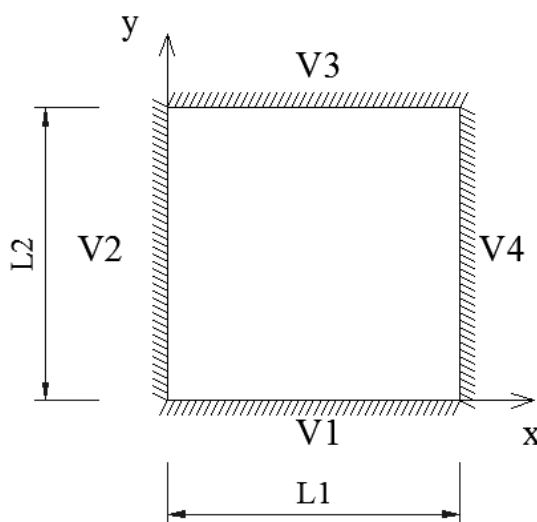


Figura 5.18: Representação de uma laje bi-encastrada nos quatro bordos (vigas V1, V2, V3 e V4) de vãos $L1$ e $L2$

5.5.1. Resultados Lineares

Nesta secção estabelece-se uma comparação das deformações lineares dos modelos dimensionados com o EC2 e REBAP, assim previamente estabelecido nas secções 5.3.1. e 5.4.1. Na Figura 5.19 encontra-se o rácio da deformação elástica das lajes dimensionadas com o EC2 e REBAP.

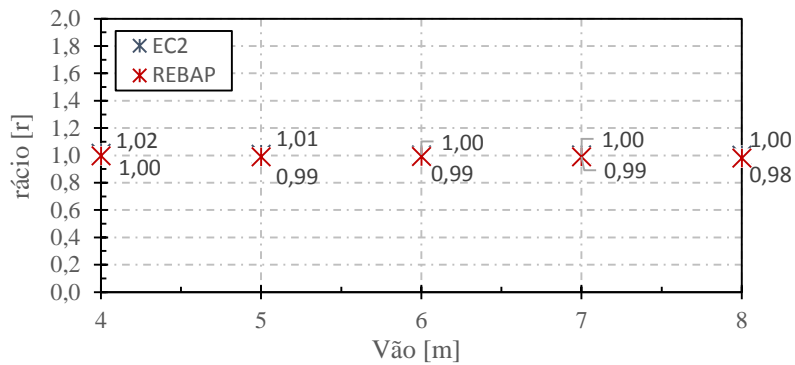


Figura 5.19: Rácio dos valores de deformação elástica da laje bi-encastada

O valor do rácio nas parametrizações estudadas é de aproximado à unidade, concluindo-se assim que o modelo linear se encontra validado.

5.5.2. Resultados Não-Lineares

Nos gráficos da Figura 5.20 e Figura 5.21 observam-se os rácios das deformações calculados numericamente e analiticamente.

Modelo Não Linear 1

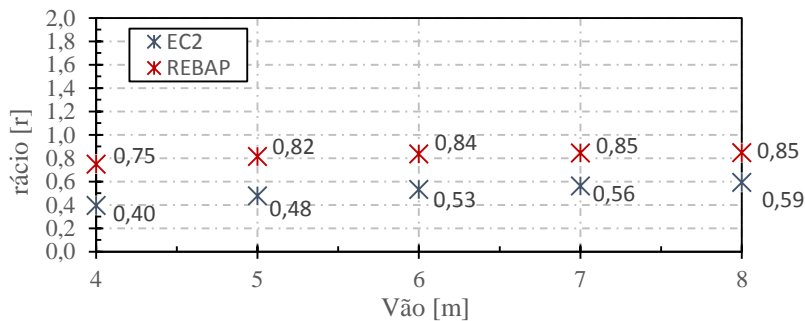


Figura 5.20: Rácio das deformações dimensionadas da laje bi-encastada do MNL1

Modelo Não Linear 2

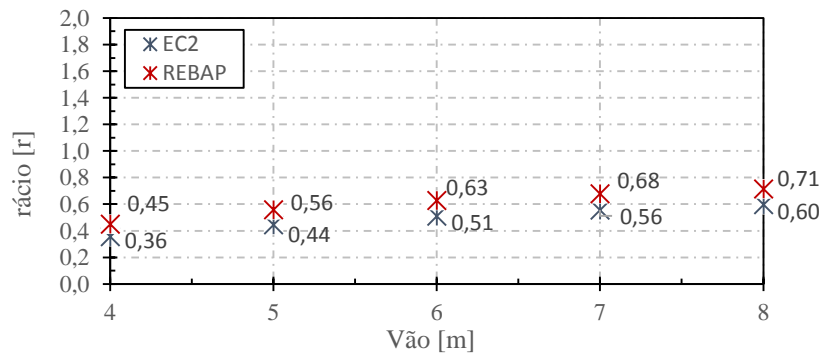
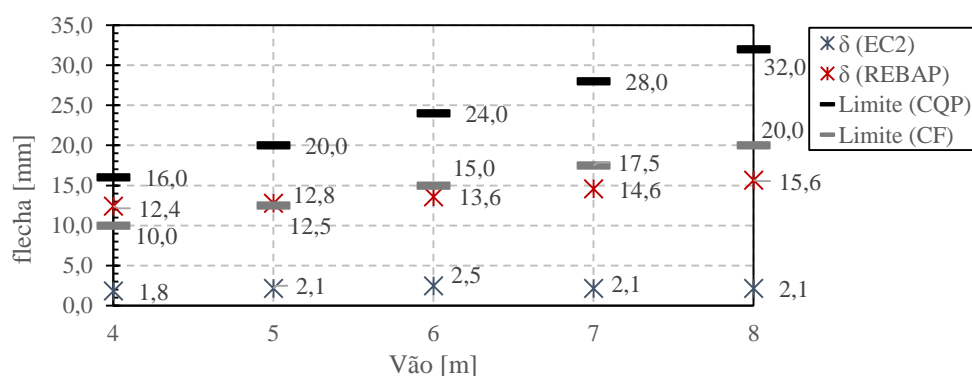


Figura 5.21: Rácio das deformações dimensionadas da laje bi-encastada do MNL2

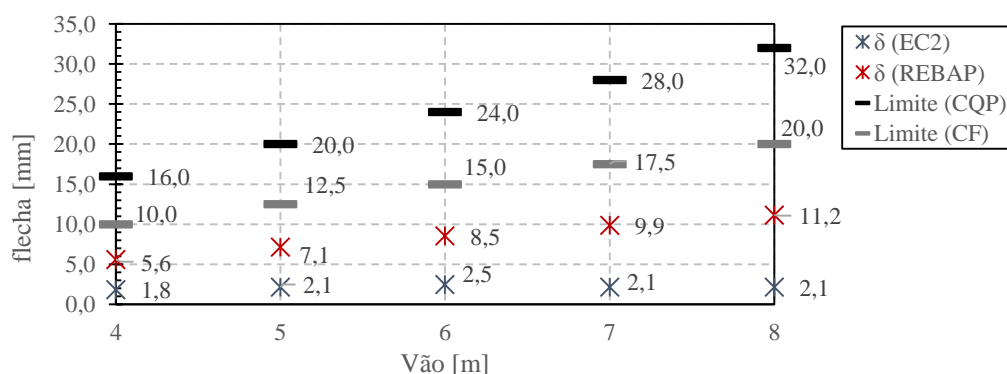
Paralelamente aos casos anteriores verifica-se que os valores da deformação obtidos com o SAP2000 são inferiores que os obtidos pelo cálculo analítico para as lajes dimensionadas pelo EC2 e REBAP.

Comparação com valores limite

Na Figura 5.22 são apresentados os valores das deformações calculadas de forma numérica e os valores limite para cada parametrização



a) Deformação analítica do MNL2



b) Deformação numérica do MNL2

Figura 5.22: Valores da deformação a) analítica e b) numérica e respectivos valor limite para a laje bi-encastada

Para finalizar a análise de lajes apoiadas em vigas do estudo paramétrico, verifica-se que nas parametrizações quadradas os valores de deformação numérica são inferiores aos valores limite. Nas parametrizações 4x4m e 5x5m os valores de deformação analítica da laje dimensionada com o REBAP são superiores aos valores limite de deformação para a combinação frequente.

Por observação dos gráficos da Figura D.43 à Figura D.46 é possível para as parametrizações enunciadas em 5.4.2., retirar as mesmas conclusões para o caso da laje bi-encastada. Os valores de deformação calculados analiticamente para as parametrizações retangulares são sempre superiores ao respetivo valor limite da combinação frequente.

Os valores limite de deformação das lajes vigadas dimensionadas com o EC2 nunca são excedidos, independentemente do método de análise e da combinação associada ao valor limite.

5.6. Laje Fungiforme

Na presente secção é indicada a geometria da Laje Fungiforme Apoiada. Estabelecendo um paralelismo com o enunciado na laje apoiada, pretende-se com este modelo apenas a comparação dos resultados analíticos com os do modelo de elementos finitos.

Na Figura 5.23 encontra-se o modelo da Laje Fungiforme Apoiada. Como para esta geometria, a determinação da deformação por meios analíticos mais conhecidos apenas permite o estudo em lajes quadradas, as dimensões L_1 e L_2 são iguais e variam entre 4 e 8m. As espessuras mínimas calculadas de acordo com o disposto nos dois regulamentos analisados encontra-se na Figura 2.6.

Os valores das deformações analíticas e numéricas encontram-se na Tabela C.7 e Tabela C.8, respetivamente.

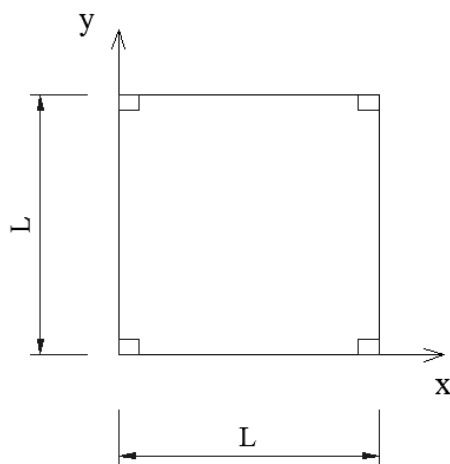


Figura 5.23: Representação de uma laje quadrada fungiforme isolada de vão L

5.6.1. Resultados Lineares

Em seguida na Figura 5.24 estão ilustrados os resultados do rácio das parametrizações do modelo linear, em que se considera validado o modelo se os valores forem próximos dos unitários.

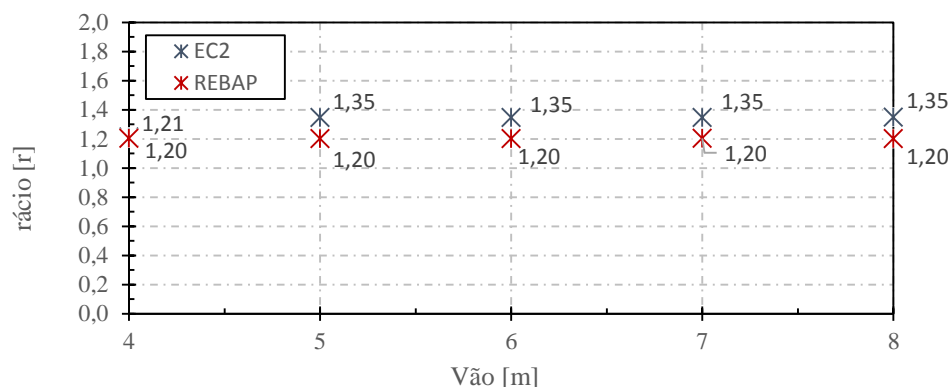


Figura 5.24: Rácio dos valores de deformação elástica da laje fungiforme

Embora os resultados não sejam tão próximos à unidade pois existe uma maior incerteza na expressão analítica utilizada para o cálculo analítico de deformação das lajes fungiformes. As condições de apoio do modelo analítico diferem das condições de apoio do modelo numérico. Deste modo considera-se que o modelo linear se encontra validado.

5.6.2. Resultados Não-Lineares

Modelo Não Linear 1

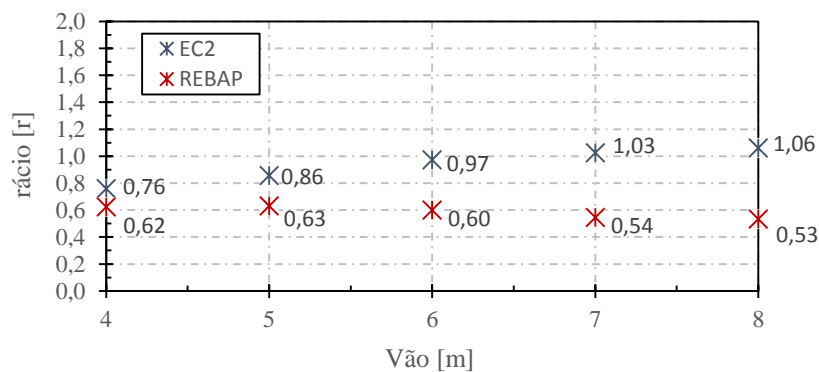


Figura 5.25: Rácio das deformações dimensionadas da laje fungiforme do MNL1

Modelo Não Linear 2

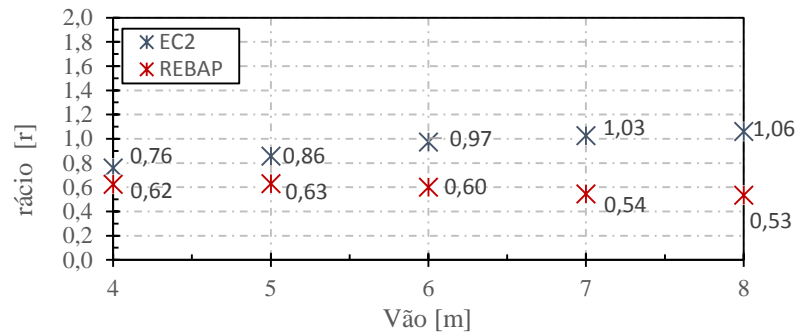
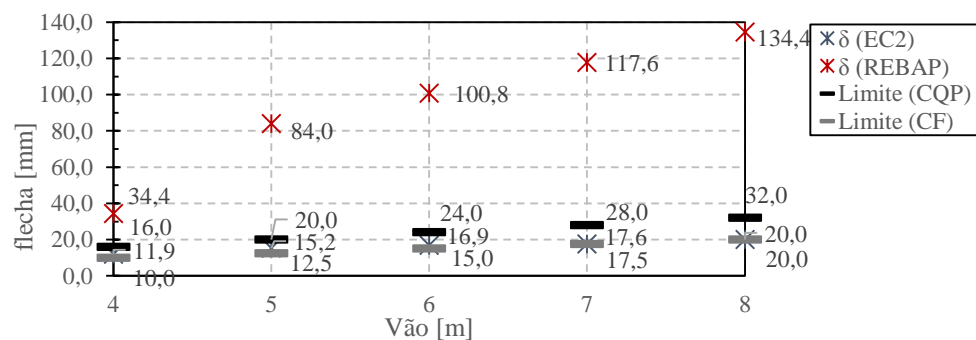


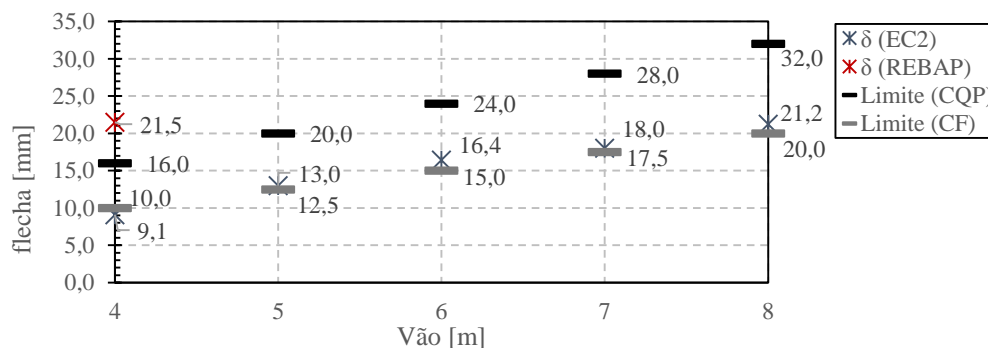
Figura 5.26: Rácio das deformações dimensionadas da laje fungiforme do MNL2

Pela interpretação da Figura 5.25 e Figura 5.26 o rácio das deformações em ambos os modelos não lineares encontra-se próximo da unidade nas parametrizações dimensionadas com o EC2. Observa-se ainda que as deformações analíticas são superiores às deformações numéricas nas parametrizações dimensionadas com o REBAP.

Comparação com valores limite



a) Deformação analítica do MNL2



b) Deformação numérica do MNL2

Figura 5.27: Valores da deformação a) analítica e b) numérica e respetivos valor limite para a laje fungiforme

Tratando-se de uma laje fungiforme, as deformações são superiores relativamente às deformações das lajes vigadas. Contudo, pela observação do gráfico conclui-se que as deformações em lajes fungiformes dimensionadas com o REBAP são superiores às permitidas para os dois valores limite. A deformação do EC2 é superior ao limite imposto pelo REBAP, não ultrapassando a deformação máxima do EC2.

5.7. Viga Apoiada

Todas as parametrizações das vigas estudadas assumem que estas são simplesmente apoiadas. Assim, de forma a modelar corretamente este comportamento, o modelo estudado assume que as vigas estão a suportar um painel de laje de acordo com a Figura 5.8. As dimensões do vão das vigas variam também entre 4 e 8m. As alturas de viga utilizadas encontram-se na Figura 2.3.

Os valores das deformações analíticas e numéricas encontram-se na Tabela C.9 e Tabela C.10, respetivamente.

5.7.1. Resultados Lineares

Os valores do rácio da deformação da viga apoiada dimensionada com o EC2 e REBAP encontram-se na Figura 5.28.

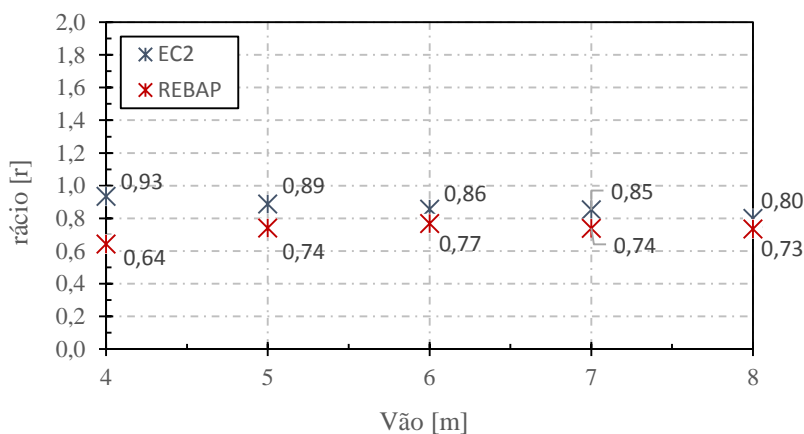


Figura 5.28: Rácio dos valores de deformação elástica da viga apoiada

Os valores dos rácios das deformações em ambos os modelos revelam uma maior imprecisão face aos valores obtidos para as lajes. Alguns fatores que podem explicar esta situação é a incerteza no modelo analítico acerca das cargas transmitidas da laje. Outro fator relevante poderá estar relacionado com o valor da inércia a utilizar relativamente ao aproveitamento do banzo da laje.

5.7.2. Resultados Não-Lineares

Modelo Não Linear 1

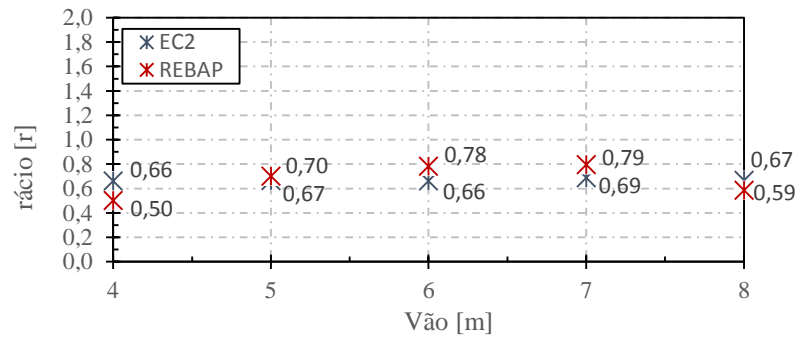


Figura 5.29: Rácio das deformações da viga apoiada do MNL1

Modelo Não Linear 2

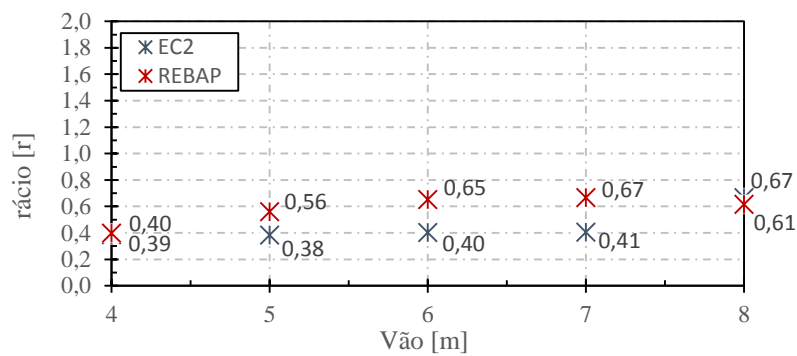
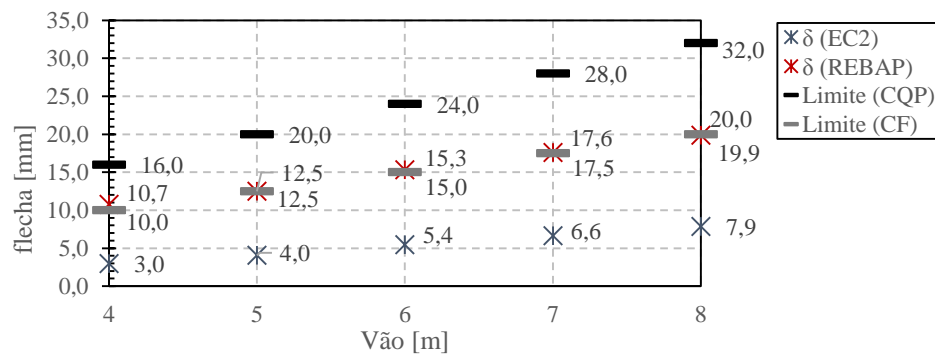


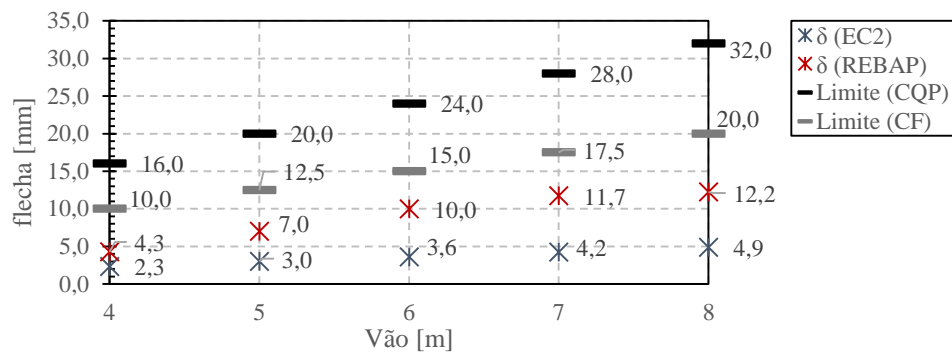
Figura 5.30: Rácio das deformações da viga apoiada do MNL2

Assim como nos modelos de laje vigada, também para a viga apoiada se verifica que os valores de deformação analítica são na generalidade dos casos superiores aos valores de deformação numéricos.

Comparação com valores limite



a) Deformação analítica do MNL2



b) Deformação numérica do MNL2

Figura 5.31: Valores da deformação a) analítica e b) numérica e respectivos valor limite da viga apoiada

Pela observação da Figura 5.31 verifica-se que os valores de deformação numérica são inferiores aos valores limite. Contudo os valores de deformação analítica são superiores ou idênticos aos valores limite da combinação frequente.

Capítulo 6

Casos de Estudo

Neste capítulo estudaram-se três casos de estudo de pisos com tipologias e utilizações diferentes. Em cada caso de estudo foram considerados três modelos, nomeadamente, ML, MNL1 e MNL2. As diferenças entre os três modelos foram explicadas no capítulo 5.

Em todos os modelos foram utilizados os mesmos materiais. Para o betão foi utilizado o C30/37 em que as propriedades se encontram na Tabela 5.1 e o aço empregue foi o A500NR. As percentagens de armadura utilizadas foram de 1.5% para as vigas e 0.5% para as lajes. No caso de lajes fungiformes, em zonas na proximidade de pilares foi utilizada o valor de percentagem de armadura das vigas.

No dimensionamento dos elementos estruturais foram feitas algumas considerações, correntes para este tipo de estruturas. A espessura da laje é constante em todo o piso e corresponde ao maior valor da espessura determinado para cada painel de laje separado. Foram adotadas as mesmas dimensões para vigas contínuas.

As acções sobre a laje foram majoradas para as seguintes combinações:

Combinação quase-permanente (CQP):

$$E_d = \sum_{j \geq 1} G_{k,j} + P + \sum_{i > 1} \psi_{2,i} Q_{k,i} \quad (6.1)$$

Combinação frequente (CF):

$$E_d = \sum_{j \geq 1} G_{k,j} + P + \psi_{1,1} Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \psi_{2,i} Q_{k,i} \quad (6.2)$$

Os resultados apresentados neste capítulo referem-se ao caso mais gravoso de deformação

6.1. Caso de Estudo 1 – Piso de Habitação Vigado

O primeiro caso de estudo trata de um piso de habitação de uma laje vigada. A planta de arquitectura está na Figura 6.1. No Anexo E1 encontra-se a planta de arquitetura à escala 1/150.

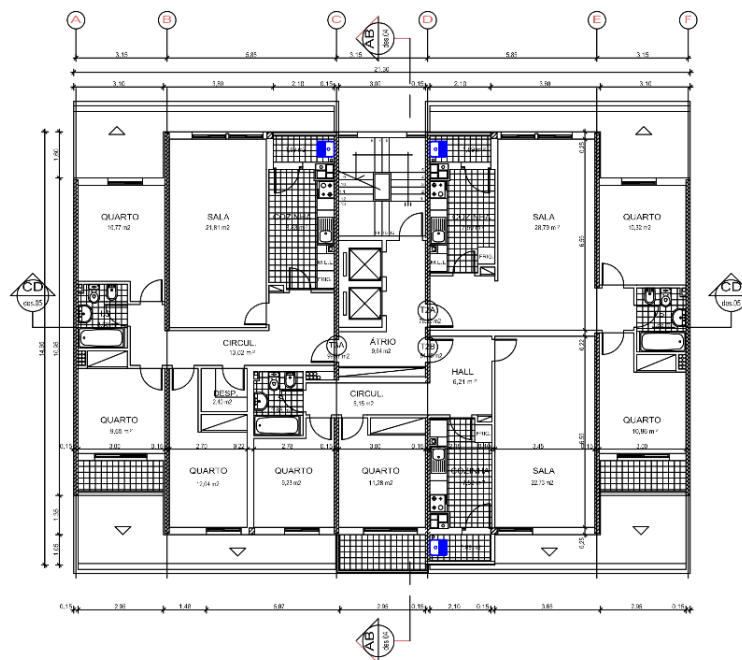


Figura 6.1: Planta de arquitetura do caso de estudo 1

A disposição dos elementos estruturais encontram-se na planta de dimensionamento. Esta encontra-se em maior pormenor no Anexo E2. Apresenta-se na Figura 6.2 a planta de dimensionamento.

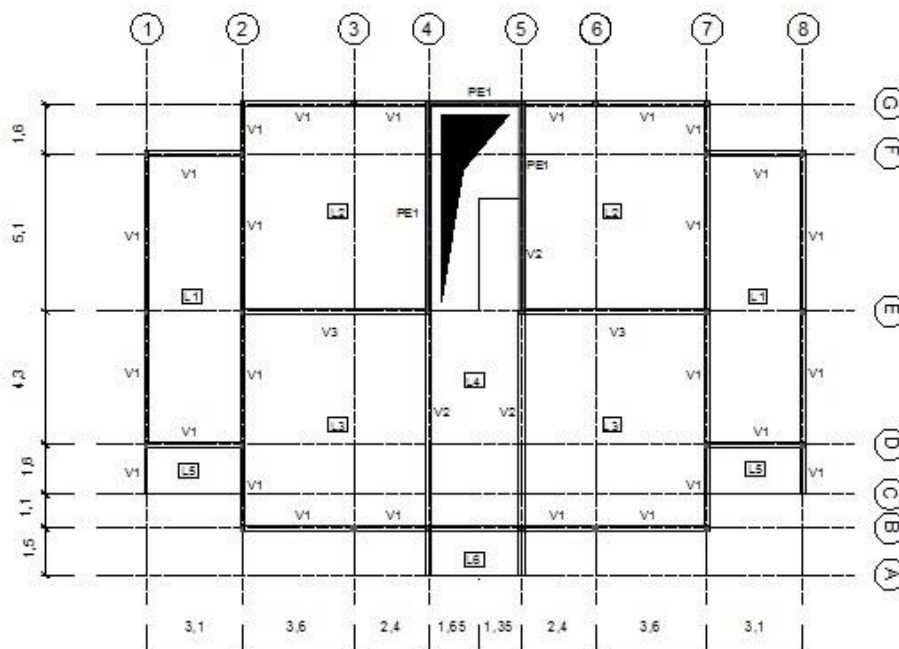


Figura 6.2: Planta de dimensionamento do caso de estudo 1

Na Figura 6.3 encontra-se o modelo de elementos finitos utilizado na presente dissertação

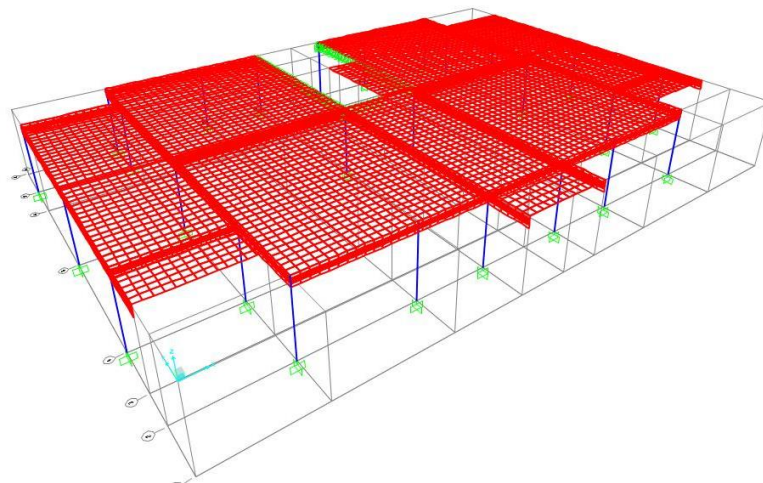


Figura 6.3: Malha de elementos finitos do caso de estudo 1

Acções

As cargas atuantes consideradas no presente caso de estudo são as seguintes:

Tabela 6.1: Cargas atuantes no caso de estudo 1

| Ação | q [kN/m ²] |
|---|---------------------------|
| Peso Próprio laje (PP _{laje}) | $\gamma_{betão} e_{laje}$ |
| Peso Próprio viga (PP _{viga}) | $\gamma_{betão} h_{viga}$ |
| Peso Próprio das Paredes Divisórias (PPP _{Div}) | 2,0 |
| Restantes Cargas Permanentes (RCP) | 1,5 |
| Sobrecarga (SC) | 2,0 |

Para o betão foi considerado um peso próprio de 25kN/m. Os valores do peso próprio das paredes divisórias e restantes cargas permanentes foram retirados de [9]. O valor da sobrecarga considerado foi retirado da norma NP EN 1991-1-1.

Dimensionamento dos elementos estruturais

O dimensionamento de lajes e vigas é efetuado com base na distância entre apoios, como explicado em 2.2.e 2.3. Baseado nesta formulação, a altura mínima de uma viga pode ter dimensões inferiores à espessura da laje que suporta. Para exemplificar note-se o exemplo da viga V1 do painel de laje L2 no alinhamento 2-3.

Tabela 6.2: Dados para cálculo da altura da viga para verificar o controlo indireto de deformações segundo o EC2

| | |
|----------------|--------|
| l [m] | 3,8 |
| K | 1,3 |
| ρ | 0,015 |
| ρ' | 0 |
| ρ_0 | 0,0055 |
| f_{ck} [MPa] | 30 |

Como $\rho > \rho_0$ utiliza-se a expressão (2.4). Assim $\frac{l}{d} = 18,2 \cong 18$. A altura da viga será

$$h_{viga} = \frac{3,8}{18} + 0,05 = 0,26m$$

A espessura da laje para este caso de estudo é 0.23m. A diferença entre a altura da viga e espessura da laje é portanto de 3cm. Para estes casos adotou-se a altura da viga condicionante que suporta o painel de laje. Por forma a simplificar a modelação da estrutura optou-se por uma altura de viga uniforme na generalidade das vigas.

De acordo com os critérios de pré-dimensionamento do EC2 e do REBAP, apresentam-se em seguida as dimensões dos elementos estruturais.

Tabela 6.3: Dimensões das vigas dimensionadas com o EC2 no caso de estudo 1

| EC2 | h [m] | b [m] | A_s [cm ²] | A_s' [cm ²] |
|-----|---------|---------|--------------------------|---------------------------|
| V1 | 0,34 | 0,15 | 6,53 | 6,53 |
| V2 | 0,44 | 0,18 | 8,78 | 8,78 |
| V3 | 0,38 | 0,15 | 7,43 | 7,43 |

Tabela 6.4: Dimensões das vigas dimensionadas com o REBAP no caso de estudo 1

| REBAP | h [m] | b [m] | A_s [cm ²] | A_s' [cm ²] |
|-------|---------|---------|--------------------------|---------------------------|
| V1 | 0,26 | 0,15 | 4,73 | 4,73 |
| V2 | 0,35 | 0,15 | 6,75 | 6,75 |
| V3 | 0,30 | 0,15 | 5,63 | 5,63 |

Por observação da Tabela 6.3 e Tabela 6.4 as dimensões mínimas da altura de viga são superiores seguindo os critérios do EC2. A largura da secção corresponde a 40% da altura da viga quando superior a 15cm. Este valor corresponde ao valor da largura das paredes da planta de arquitetura.

Tabela 6.5: Dimensões da laje no caso de estudo 1

| Laje | e [m] | A_s [cm ² /m] | A_s' [cm ² /m] |
|-------|-------|----------------------------|-----------------------------|
| EC2 | 0,23 | 4,73 | 4,73 |
| REBAP | 0,20 | 8,50 | 8,50 |

6.1.1. Resultados Lineares

Na Tabela 6.6 são apresentados os rácios das deformações elásticas do caso de estudo 1. O cálculo da deformação analítica das lajes foi efetuado através de uma média ponderada utilizando as tabelas da Figura B.1 e Figura B.4.

Tabela 6.6: Rácio das deformações elásticas do caso de estudo 1

| C.E.1 | EC2 [mm] | | REBAP [mm] | |
|------------|----------|------|------------|------|
| Combinação | CQP | CF | CQP | CF |
| Viga | 0,93 | 0,92 | 1,04 | 1,04 |
| Laje | 0,79 | 0,76 | 0,63 | 0,63 |

Os valores do rácio das deformações lineares são inferiores à unidade, as deformações analíticas são superiores às deformações numéricas.

6.1.2. Resultados Não Lineares

Modelo Não Linear 1

Tabela 6.7: Rácio das deformações do MNL1 do caso de estudo 1

| C.E.1 | EC2 [mm] | | REBAP [mm] | |
|------------|----------|------|------------|------|
| Combinação | CQP | CF | CQP | CF |
| Viga | 1,27 | 1,25 | 1,77 | 1,76 |
| Laje | 0,57 | 0,56 | 0,54 | 0,53 |

Modelo Não Linear 2

Tabela 6.8: Rácio das deformações do MNL2 do caso de estudo 1

| C.E.1 | EC2 [mm] | | REBAP [mm] | |
|------------|----------|------|------------|------|
| Combinação | CQP | CF | CQP | CF |
| Viga | 0,81 | 0,79 | 0,81 | 0,81 |
| Laje | 0,49 | 0,50 | 0,46 | 0,41 |

Comparação com Valores limite

Tabela 6.9: Valores de deformação do MNL2 e valores limite para a os elementos estruturais dimensionados com o EC2 do caso de estudo 1

| Combinação | Comb. Quase-Permanente [mm] | | | Comb. Freqüente [mm] | | |
|------------|-----------------------------|--------------------|-------------------|----------------------|--------------------|-------------------|
| EC2 | $\delta_{analítica}$ | $\delta_{SAP2000}$ | δ_{limite} | $\delta_{analítica}$ | $\delta_{SAP2000}$ | δ_{limite} |
| Viga | 5,39 | 4,34 | 24 | 5,69 | 4,51 | 15 |
| Laje | 6,52 | 3,21 | 24 | 6,80 | 3,42 | 15 |

Tabela 6.10: Valores de deformação do MNL2 e valores limite para a os elementos estruturais dimensionados com o REBAP do caso de estudo 1

| Combinação | Comb. Quase-Permanente [mm] | | | Comb. Freqüente [mm] | | |
|------------|-----------------------------|--------------------|-------------------|----------------------|--------------------|-------------------|
| REBAP | $\delta_{analítica}$ | $\delta_{SAP2000}$ | δ_{limite} | $\delta_{analítica}$ | $\delta_{SAP2000}$ | δ_{limite} |
| Viga | 8,46 | 6,88 | 24 | 8,83 | 7,16 | 15 |
| Laje | 9,19 | 4,27 | 24 | 10,89 | 4,46 | 15 |

Por observação da Tabela 6.9 e Tabela 6.10 os valores de deformação são inferiores aos valores limite, independentemente do tipo de análise efetuado. Verifica-se que para o MNL2, os valores de deformação são inferiores se calculados com o SAP2000. Os valores do MNL1 são superiores aos valores do MNL2, sendo portanto mais desfavoráveis, contudo como não ultrapassam os valores limite.

6.2. Caso de Estudo 2 – Piso de Habitação Fungiforme

O segundo caso de estudo é um piso de habitação com uma laje fungiforme apoiada em vigas no seu contorno. A planta de arquitetura está na Figura 6.4 No Anexo E3 encontra-se a planta de arquitetura à escala 1/150.

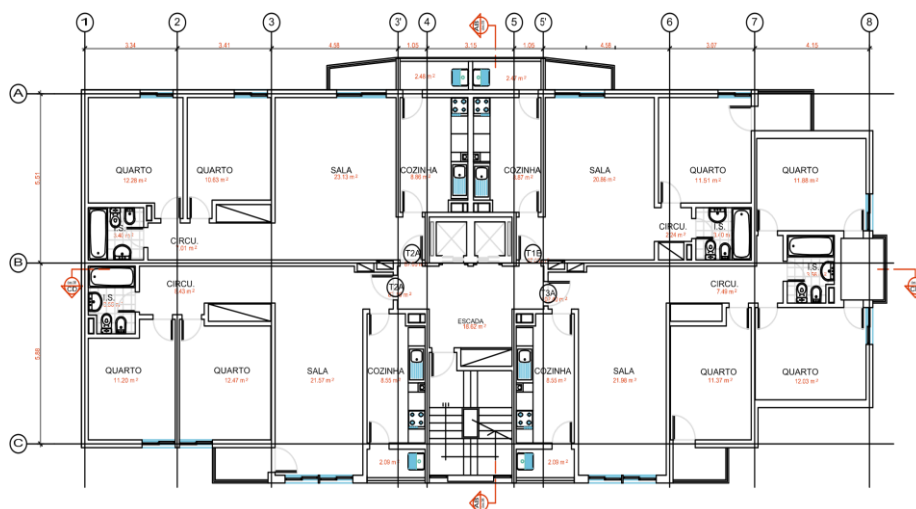


Figura 6.4: Planta de arquitetura do caso de estudo 2

A posição dos elementos estruturais encontra-se na Figura 6.5. Pode ser consultada para uma escala de 1/150 no Anexo E4.

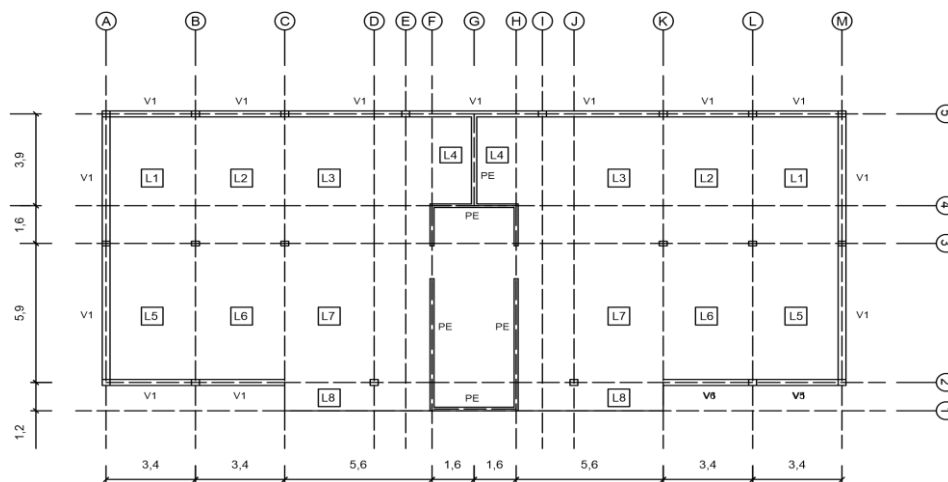


Figura 6.5: Planta de dimensionamento do caso de estudo 2

Na Figura 6.6 encontra-se o modelo de elementos finitos do caso de estudo 2. Para diminuir o tempo de processamento do modelo optou-se por modelar metade da estrutura, uma vez que o eixo G é eixo de simetria da estrutura.

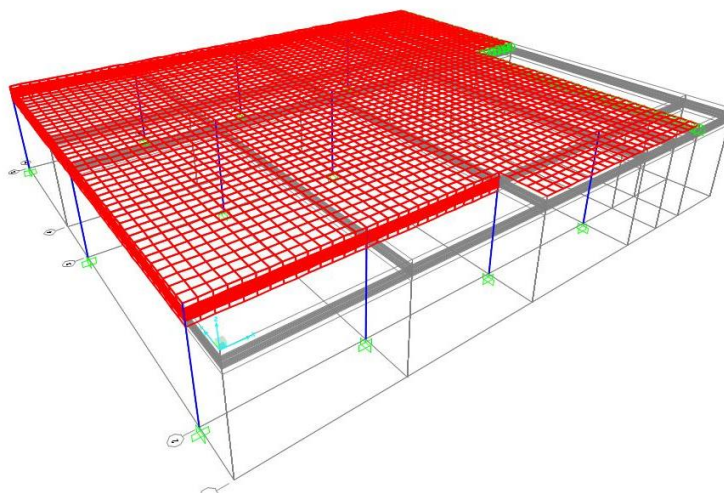


Figura 6.6: Malha de elementos finitos do caso de estudo 2

Paralelamente ao caso de estudo anterior o presente caso de estudo trata de um piso residencial. Desta forma as cargas aplicadas são iguais ao caso de estudo anterior (Tabela 6.1).

A altura de viga escolhida no presente caso de estudo é superior às alturas mínimas de cada regulamento. Desta forma, não são apresentados os resultados da deformação da viga. Outro

fator que contribui para não considerar a deformação da viga prende-se com a dificuldade em estimar analiticamente a carga que atua na viga.

De acordo com o pré dimensionamento do EC2 e REBAP, a espessura da laje é a seguinte:

Tabela 6.11: Dimensões da laje do caso de estudo 2

| Laje | e [m] | A_s [cm ²] | A_s' [cm ²] |
|-------|-------|-----------------------------|---------------------------|
| EC2 | 0,28 | 12,50 | 12,5 |
| REBAP | 0,2 | 10,00 | 10,00 |

O painel de laje no qual se verifica uma maior deformação é o painel L3. Comparativamente ao caso de estudo anterior verifica-se uma maior diferença de espessura mínima calculada de acordo com os dois regulamentos estudados. Tratando-se de uma laje fungiforme, a expressão utilizada de acordo com o REBAP é a mesma para lajes vigadas.

6.2.1. Resultados Lineares

Na Tabela 6.12: Rácio das deformações elásticas do caso de estudo 2 estão representados os rácios das deformações calculados com base na expressão (5.1) para o painel de laje L3. As deformações analíticas foram calculadas através de uma média ponderada utilizando as tabelas da Figura B.6 e Figura B.7

Tabela 6.12: Rácio das deformações elásticas do caso de estudo 2

| L3 | CQP | CF |
|-------|-----|-----|
| EC2 | 1,2 | 1,2 |
| REBAP | 0,9 | 0,9 |

Os resultados obtidos são aproximados à unidade, validando deste modo o modelo linear.

6.2.2. Resultados Não Lineares

Na Tabela 6.13 e Tabela 6.14 encontram-se os rácios das deformações dos modelos não lineares.

Modelo Não Linear 1

Tabela 6.13: Rácio das deformações do MNL1 do caso de estudo 2

| L3 | CQP | CF |
|-------|------|------|
| EC2 | 0,86 | 0,86 |
| REBAP | 0,75 | 0,76 |

Modelo Não Linear 2

Tabela 6.14: Rácio das deformações do MNL2 do caso de estudo 2

| L3 | CQP | CF |
|-------|------|------|
| EC2 | 0,66 | 0,66 |
| REBAP | 0,40 | 0,40 |

De um modo semelhante às parametrizações estudadas, verifica-se que o rácio das deformações é, para ambos os modelos, inferior à unidade, permitindo concluir que as deformações calculadas com o SAP2000 são inferiores às analíticas.

Comparação com valores limite

Na Tabela 6.15 e Tabela 6.16 encontram-se os valores de deformação calculados numericamente e os respetivos valores limite para as diferentes combinações.

Tabela 6.15: Valores de deformação do MNL2 e valores limite para CQP

| Combinação Quase-Permanente [mm] | | | |
|----------------------------------|-----------------------------|---------------------------|--------------------------|
| | $\delta_{\text{analítico}}$ | δ_{SAP2000} | δ_{limite} |
| EC2 | 5,6 | 3,71 | 19,2 |
| REBAP | 20,7 | 8,31 | 19,2 |

Tabela 6.16: Valores de deformação do MNL2 e valores limite para CF

| Combinação Frequente [mm] | | | |
|---------------------------|-----------------------------|---------------------------|--------------------------|
| | $\delta_{\text{analítico}}$ | δ_{SAP2000} | δ_{limite} |
| EC2 | 5,8 | 3,83 | 12 |
| REBAP | 21,5 | 8,66 | 12 |

Os valores de deformação obtidos com o SAP2000 são muito inferiores, como demonstrados na Tabela 6.13 e Tabela 6.14 aos valores analíticos. Verifica-se ainda que o valor de deformação calculado analiticamente para a laje dimensionada com REBAP é superior ao valor limite de ambas as combinações. A deformação da laje dimensionada segundo o EC2 é sempre inferior ao valor limite, independentemente da combinação analisada.

6.3. Caso de Estudo 3 – Piso de Garagem Fungiforme

O último caso de estudo em análise é um piso com funções de garagem constituído por uma laje fungiforme apoiada em paredes estruturais no seu contorno e pilares no interior.

A planta de arquitetura está representada na Figura 6.7 No Anexo E5 encontra-se a planta à escala 1/150.

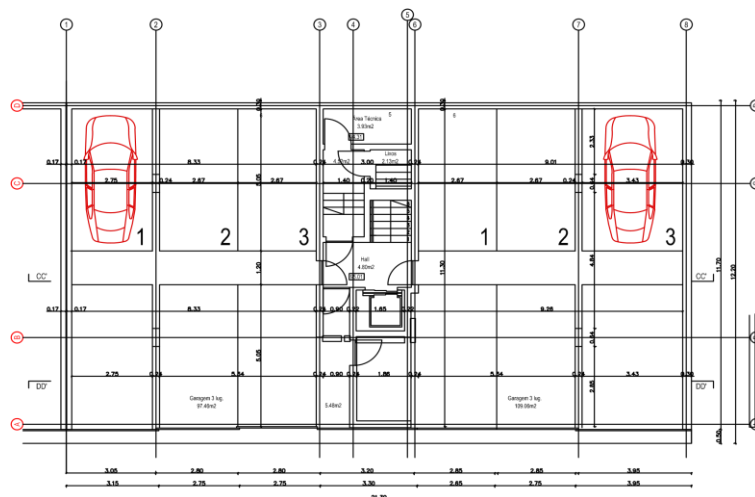


Figura 6.7: Planta de arquitetura do caso de estudo 3

Em seguida é apresentada a planta com a localização dos elementos estruturais do caso de estudo 3. A planta à escala 1/150 encontra-se no Anexo E6.

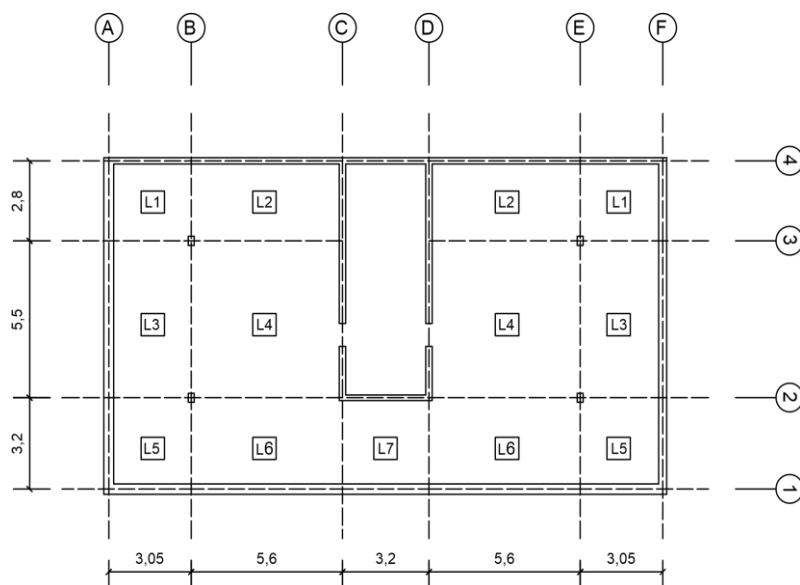


Figura 6.8: Planta de dimensionamento do caso de estudo 3

Na Figura 6.9 encontra-se o modelo de elementos finitos do caso de estudo 2

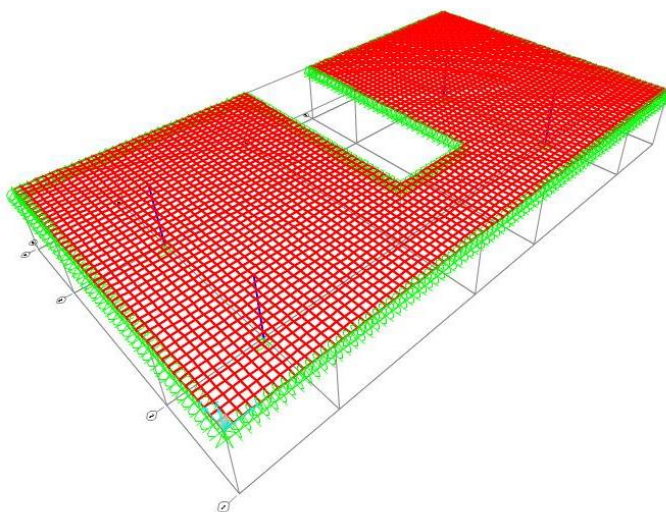


Figura 6.9: Malha de elementos finitos do caso de estudo 3

Acções

As cargas atuantes consideradas no presente caso de estudo são as seguintes:

Tabela 6.17: Cargas atuantes no caso de estudo 3

| Ação | q [kN/m ²] |
|---|---------------------------|
| Peso Próprio laje (PP _{laje}) | $\gamma_{betão} e_{laje}$ |
| Restantes Cargas Permanentes (RCP) | 1,5 |
| Sobrecarga (SC) | 2,5 |

Para o betão foi considerado um peso próprio de 25kN/m. O valor de carga utilizado para as restantes cargas permanentes foi idêntico aos casos de estudo anteriores. O valor da sobrecarga considerado foi o recomendado pela norma NP EN 1991-1-1, para uma garagem de categoria F, local de circulação e de estacionamento para veículos ligeiros.

No presente caso de estudo os vários painéis de laje apoiam-se diretamente em pilares ou na parede estrutural. Os valores de dimensionamento da laje no presente caso de estudo, de acordo com o EC2 e REBAP encontram-se em seguida: Como no caso de estudo anterior as deformações analíticas foram calculadas através de uma ponderação de valores retirados das tabelas da Figura B.6 e Figura B.7.

Tabela 6.18: Dimensões da laje do caso de estudo 3

| Laje | e [m] | A_s [cm ² /m] | A_s' [cm ² /m] |
|-------|-------|----------------------------|-----------------------------|
| EC2 | 0,27 | 12,00 | 12,00 |
| REBAP | 0,19 | 8,00 | 8,00 |

O valor de deformação mais gravoso foi determinado para o painel de laje L4. Tratando-se novamente de uma laje fungiforme, a diferença da espessura mínima é superior à do caso de estudo 1 e semelhante à do caso de estudo anterior.

6.3.1. Resultados Lineares

Na Tabela 6.19 estão representados os rácios das deformações calculados com base na expressão (5.1) para o painel de laje L4. O cálculo das deformações analíticas foi realizado de modo semelhante ao caso de estudo anterior utilizando as mesmas tabelas

Tabela 6.19: Rácio das deformações elásticas do caso de estudo 2

| L4 | CQP | CF |
|-------|-----|-----|
| EC2 | 1,4 | 1,3 |
| REBAP | 0,8 | 0,8 |

Verifica-se que os valores da deformação analítica do EC2 são inferiores aos da deformação numérica. No cálculo da deformação analítica foi utilizada a

6.3.2. Resultados Não lineares

Na Tabela 6.13 e Tabela 6.14 encontram-se os rácios das deformações dos modelos não lineares.

Modelo Não Linear 1

Tabela 6.20: Rácio das deformações do MNL1 do caso de estudo 3

| L4 | CQP | CF |
|-------|------|------|
| EC2 | 0,64 | 0,63 |
| REBAP | 0,46 | 0,47 |

Modelo Não Linear 2

Tabela 6.21: Rácio das deformações do MNL2 do caso de estudo 3

| L4 | CQP | CF |
|-------|------|------|
| EC2 | 0,41 | 0,41 |
| REBAP | 0,24 | 0,24 |

A deformação determinada com o método analítico é superior à deformação calculada através do SAP2000, sendo mais evidente na laje dimensionada com o REBAP..

Comparação com valores limite

Na Tabela 6.22 e Tabela 6.23 encontram-se os valores de deformação calculados analiticamente e numericamente e os respetivos valores limite para as diferentes combinações.

Tabela 6.22: Valores de deformação do MNL2 e valores limite para CQP

| L4 | $\delta_{\text{analítico}}$ [mm] | δ_{SAP2000} [mm] | δ_{limite} [mm] |
|-------|-------------------------------------|-----------------------------------|----------------------------------|
| EC2 | 5,15 | 2,11 | 22 |
| REBAP | 20,57 | 4,91 | 22 |

Tabela 6.23: Valores de deformação do MNL2 e valores limite para CF

| L4 | $\delta_{\text{analítico}}$ [mm] | δ_{SAP2000} [mm] | δ_{limite} [mm] |
|-------|-------------------------------------|-----------------------------------|----------------------------------|
| EC2 | 5,4 | 2,2 | 14 |
| REBAP | 21,7 | 5,3 | 14 |

Por observação da Tabela 6.22 e Tabela 6.23 conclui-se que deformações calculadas no caso de estudo dimensionado com o EC2 são muito inferiores aos valores limite das duas combinações, independentemente do tipo de análise realizado.

Os valores de deformação calculados analiticamente são muito superiores relativamente aos valores de deformação numéricos, para a laje pré dimensionada com o REBAP. Observa-se que o valor analítico na Tabela 6.23 é superior ao valor limite.

Capítulo 7

Conclusões e Desenvolvimentos Futuros

7.1 Conclusões

O principal objetivo deste trabalho prendeu-se com a simulação numérica de deformação de lajes e vigas de betão armado, segundo os critérios de esbelteza do EC2 e REBAP. Procurou-se validar estas simulações usando expressões analíticas conhecidas e usando deformações a longo prazo com os ábacos do CEB. Na simulação das secções considerou-se o comportamento não linear para o aço e betão, de maneira a tentar reproduzir o comportamento o mais “próximo do real”. Chegou-se desta forma às seguintes conclusões:

- 1) Os valores das deformações a longo prazo de lajes com métodos analíticos e com os ábacos do CEB são muito conservadores e pouco económicos. Tendo em conta que grande parte do preço da superestrutura passa pela espessura de laje, é possível reduzir esta última, usando as deformações dos modelos de elementos finitos não lineares, conseguindo deste modo soluções mais competitivas para o projetista.
- 2) Os critérios de verificações indireta de deformação do REBAP estão claramente subvalorizados para as vigas e em alguns casos para as lajes. Mesmo usando modelos de elementos finitos não lineares em alguns exemplos não se verifica os critérios de deformação máxima.
- 3) As metodologias de verificação de deformações em vigas atuais, baseadas em critérios simplificativos apresentam algumas limitações, principalmente em lajes retangulares. Isto deve-se ao desconhecimento em regime não linear da distribuição de cargas ao longo das vigas.
- 4) O MNL2 é claramente vantajoso para verificar a deformação a longo prazo em lajes espessas porque se tira partido da resistência à tração do betão. Esta é claramente importante quando consideradas as esbeltezas mínimas do EC2, pois ao utilizar os ábacos, os efeitos não lineares são demasiado conservadores ao contrário dos modelos numéricos.
- 5) O EC2 apresenta algumas incoerências no pré-dimensionamento de lajes simplesmente apoiadas, isto porque exige uma espessura superior a uma laje fungiforme quadrada. Esta conclusão é perceptível nas análises paramétricas.

7.2 Desenvolvimentos Futuros

Como desenvolvimento futuro planeia-se estudar os efeitos diferidos a longo prazo provenientes das ações de fluência e retração, usando as análises não lineares a nível da secção para elementos Shell e Farme, e comparar com os valores analíticos providenciados pelos ábacos do CEB.

Futuramente, também seria interessante a realização de ensaios experimentais para a validação do estudo paramétrico realizado, este último implicando um esforço financeiro elevado.

Bibliografia

- [1] R.E.B.A.P. – Regulamento de Estruturas de Betão Armado e Pré-Esforçado, Porto: Porto Editora, 1983.
- [2] CEN, *NP EN 1992-1-1 Eurocódigo 2 - Projecto de Estruturas de Betão: Regras gerais e regras para edifícios*, IPQ, 2010.
- [3] A. Gomes, J. Appleton e J. Almeida, *Betão armado e pré-esforçado II*, Lisboa: Instituto Superior Técnico - Departamento de Engenharia Civil, 1989.
- [4] J. N. d. Camara, *Estruturas de Betão I - Folhas de apoio às aulas*, Lisboa: IST, 2013.
- [5] A. Ghali, R. Favre e M. Elbadry, *Concrete Structures - Stresses and Deformation*, Londres: E & FN Spon, 2002.
- [6] V. Lúcio, *Estruturas de Betão I. - Mestrado em Engenharia Civil*, Lisboa: Faculdade de Ciências e Tecnologias/Universidade Nova de Lisboa, 2009.
- [7] S. B. d. Santos, “Análise da Fluência do Concreto Massa nas Primeiras Idades de Carregamento: Influência de Aditivos Plastificantes e Adições Minerais,” Universidade Federal do Rio Grande do Sul - Escola de Engenharia, Porto Alegre, 2011.
- [8] CEB, *Design Manual on Cracking and Deformations*, CEB, 1985.
- [9] G. d. B. A. e. P.-E. -. IST, *Tabelas de Cálculo*, Lisboa, 1993.
- [10] R. Bares, *Tablas para el calculo de placas y vigas pared*, Barcelona: Editorial Gustavo gili, S.A., 1981.
- [11] V. Silva, *Mecânica e Resistência dos Materiais*, Coimbra: ZUARI - Edição de Livros Técnicos Lda, 2004.
- [12] A. Hillerborg, *Strip Method Design Handbook*, Taylor & Francis e-Library, 2003.
- [13] I. Cismaşiu, *Análise de Estruturas I - Módulo 3*, 2013.
- [14] I. Computers and Structures, *CSI Analysis Reference Manual*, Berkley, 2011.
- [15] J. N. Reddy, *An introduction to the finite element method*, Lisboa: McGraw - Hill, Inc., 1993.
- [16] S. Timoshenko e S. Woinowsky-Krieger, *Theory of Plates and Shells*, New York: McGraw-Hill, 1989.

Anexo A

Manual de Utilizador

No presente anexo é apresentado um manual de utilização de elementos Shell para modelar lajes e vigas estruturais para cálculo das deformações e tensões no *software* SAP2000. Serão apresentados como exemplos o modelo da laje apoiada quadrada 7x7m e o modelo de viga apoiada com as mesmas dimensões.

A.1. Propriedades dos materiais

Para definir as propriedades do **betão** é necessário seguir os seguintes passos pela ordem indicada:

1. Em primeiro ir a *Define* → seleccionar a caixa *Show Advanced Properties* → *Add New Materials* → *OK*.

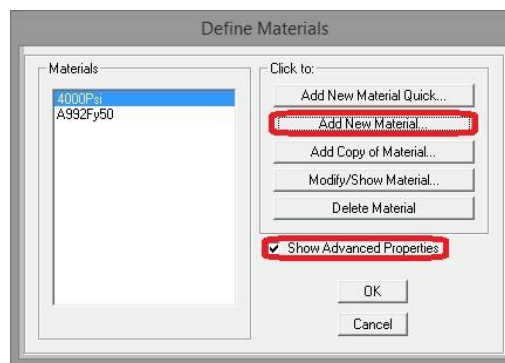


Figura A.1: Menu inicial de definição dos materiais

2. No menu seguinte dar um nome ao material em *Material Name* (Betão C30/37) → em seguida no *Material Type* escolher *Concrete* → na opção *Directional Symmetry Type* escolher *Isotropic* → *Modify/Show Material Properties*.

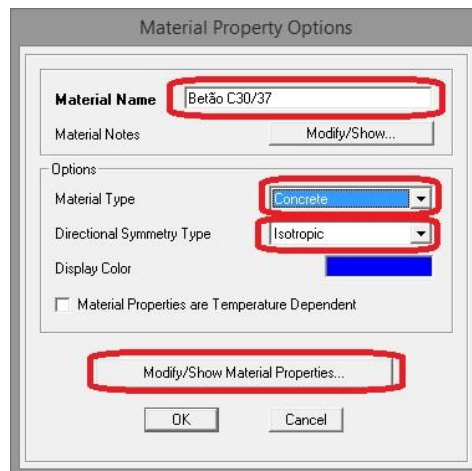


Figura A.2: Opções de propriedades do betão

3. De seguida alterar o valor *Weight per Unit Volume* (Peso Volúmico) → alterar o *Poisson's Ratio* (coeficiente de Poisson) → escolher *NonLinear Material Data*.

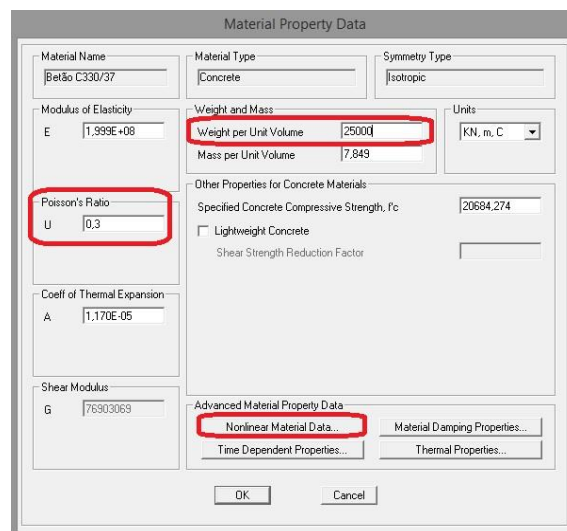


Figura A.3: Dados do betão

4. No menu seguinte o programa escolhe o tipo de *User Stress-Strain Curve Definition Options* e escolher *User Defined* → definir o número de pontos que o gráfico tensão-extensão tem em *Number of Points in Stress-Strain Curve* → Inserir os pontos para definir a curva → *OK*.

Nonlinear Material Data

Edit

Material Name: Betão C30/37 Material Type: Concrete

Hysteresis Type: Takeda Drucker-Prager Parameters: Friction Angle: 0, Dilatational Angle: 0, Units: KN, m, C

Stress-Strain Curve Definition Options: ☐ Parametric ☒ User Defined

User Stress-Strain Curve Data

Number of Points in Stress-Strain Curve: 4

| | Strain | Stress | Point ID |
|---|-----------|---------|----------|
| 1 | -0.0212 | -200000 | |
| 2 | 0, | 0, | A |
| 3 | 3.076E-04 | 2900, | |
| 4 | 1.538E-03 | 0, | |

Order Rows Show Plot...

OK Cancel

Figura A.4: Dados para definição da não linearidade do betão

De um modo semelhante foram definidas as propriedades do **aço**.

1. Este processo é idêntico em ambos os materiais.
2. É necessário que o nome dos materiais seja diferente. Assim o *Material Name* (A500NR) → em *Material type* escolher *Rebar* → para o *Directional Symmetry type* escolher *UniAxial*.

Material Property Options

Material Name: Aço A500NR

Material Notes: Modify/Show...

Options:

Material Type: Rebar

Directional Symmetry Type: UniAxial

Display Color: [Blue Box]

☐ Material Properties are Temperature Dependent

Modify/Show Material Properties...

OK Cancel

Figura A.5: Opções de propriedades do aço

3. O 3º passo é idêntico ao do betão, contudo não é necessário alterar o coeficiente de Poisson e o peso volúmico.
4. Definir de forma idêntica à do betão os parâmetros do aço.

Nonlinear Material Data

Edit

Material Name: Aço A500NR Material Type: Rebar

Hysteresis Type: Kinematic Drucker-Prager Parameters: Friction Angle: Dilatational Angle: Units: KN, m, C

Stress-Strain Curve Definition Options:

☐ Parametric ☒ User Defined Convert To User Defined

User Stress-Strain Curve Data

Number of Points in Stress-Strain Curve: 5

| | Strain | Stress | Point ID |
|---|------------|----------|----------|
| 1 | -0.05 | -500000. | |
| 2 | -2.500E-03 | -500000. | |
| 3 | 0. | 0. | A |
| 4 | 2.500E-03 | 500000. | |
| 5 | 0.05 | 500000. | |

Order Rows Show Plot...

OK Cancel

Figura A.6: Dados para definição da não linearidade do aço

A.2. Definição das cargas

Para definir as cargas a aplicar é necessário seguir os seguintes passos:

1. No menu *Define* → *Load Pattern* → Escolher um nome para a carga (“DEAD”) → em *Type* (tipo de carga), como se pretende que seja uma carga estática a simular o peso próprio definir como *DEAD* → caso de se pretender que seja contabilizado o *Self Weight Multiplier* (coeficiente a multiplicar o peso próprio) multiplicar por um valor positivo, no presente caso decidiu-se que a carga “DEAD” fosse uma carga uniforme, logo o coeficiente é zero → *Add Load Pattern* ou *Modify Load Pattern* → *OK*.

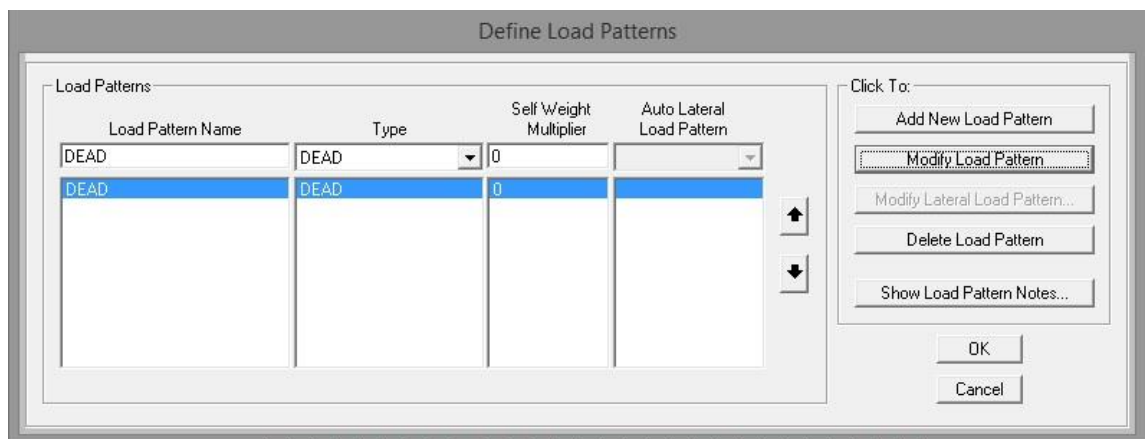


Figura A.7: Definição dos tipos de padrão de carga

2. Em seguida é necessário definir a carga para que o programa corra uma análise não linear. Assim, em *Define* → *Load Cases* → *Add New Load Cases* ou *Modify/Show Load Case*. No presente caso, como só existe um padrão de carga optou-se pela última opção.

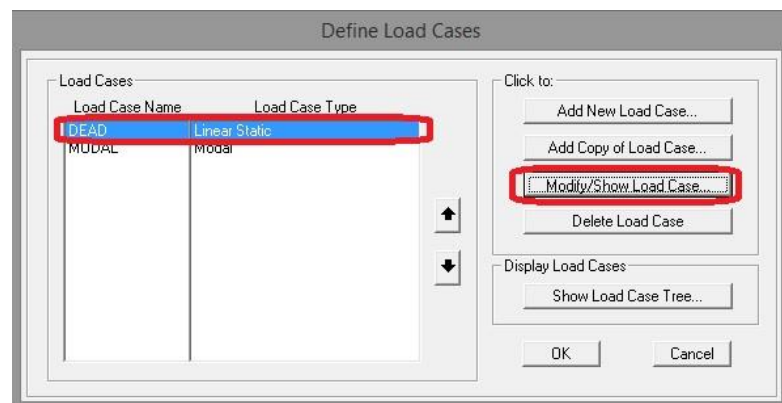


Figura A.8: Menu inicial de definição do tipo de caso de carga

3. Escolher o *Analysis Type* como *Nonlinear* → *OK*.

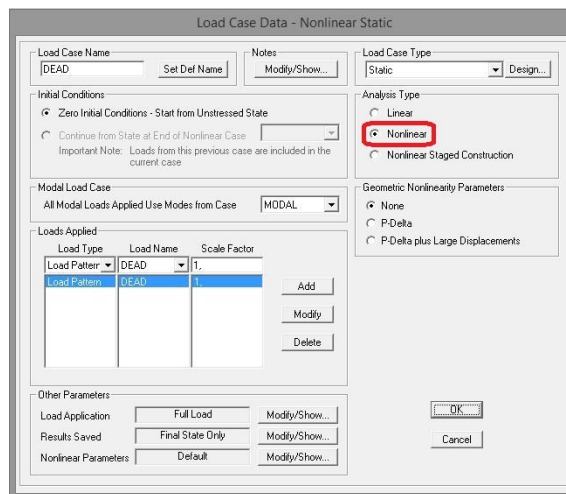


Figura A.9: Tipo de análise dos casos de carga

A.3. Propriedades das secções

Para definir uma secção é necessário seguir os seguintes passos.

1. Em *Define* → *Section Properties* → *Area Sections* para aparecer o menu inicial para definição das secções.
2. No menu anterior em *Select SectionType to Add* escolher o tipo de área pretendido, no presente caso *Shell* (tipo de área pré-definido) → *Add New Section*.

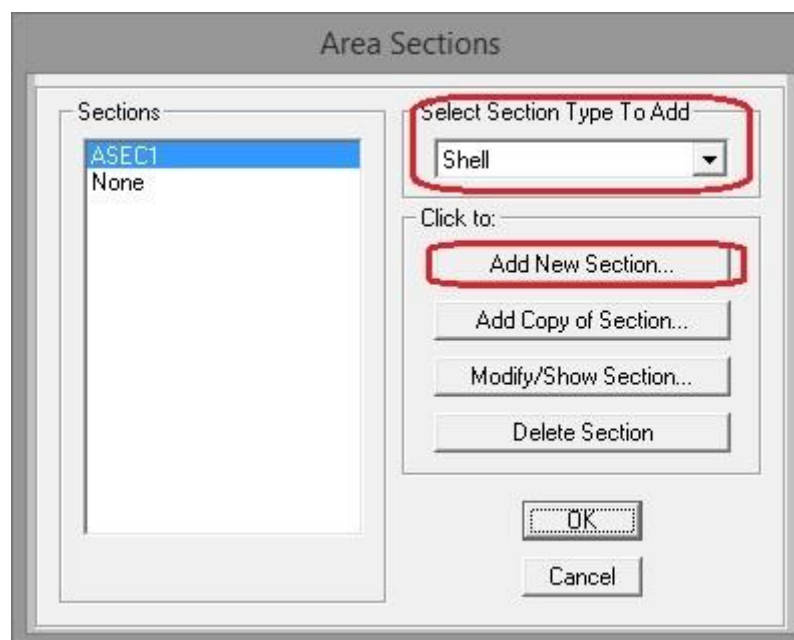


Figura A.10: Menu Inicial de definição da secção em elementos de área

3. No menu seguinte em *Section Name*, é necessário atribuir um nome à secção → escolher a opção *Shell – Layered/Nonlinear* → *Modify/Show Layer Definition*.

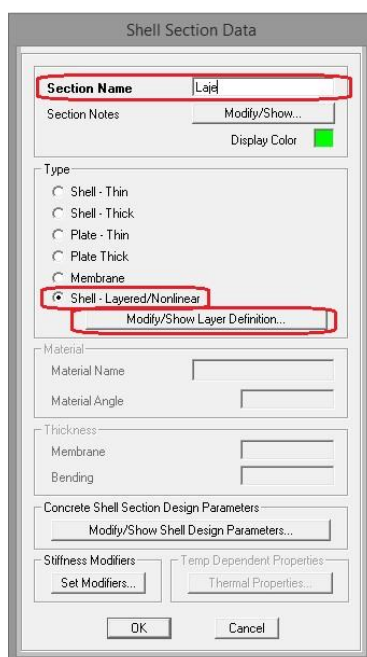


Figura A.11: Menu para definir o tipo de *Shell*

4. No menu seguinte é introduzem-se os parâmetros necessários para definir a carga as várias camadas que compõem a *Shell* de acordo com o enunciado anteriormente no capítulo 5 → para adicionar ou modificar a camada escolher a opção *Add/Modify* respectivamente.

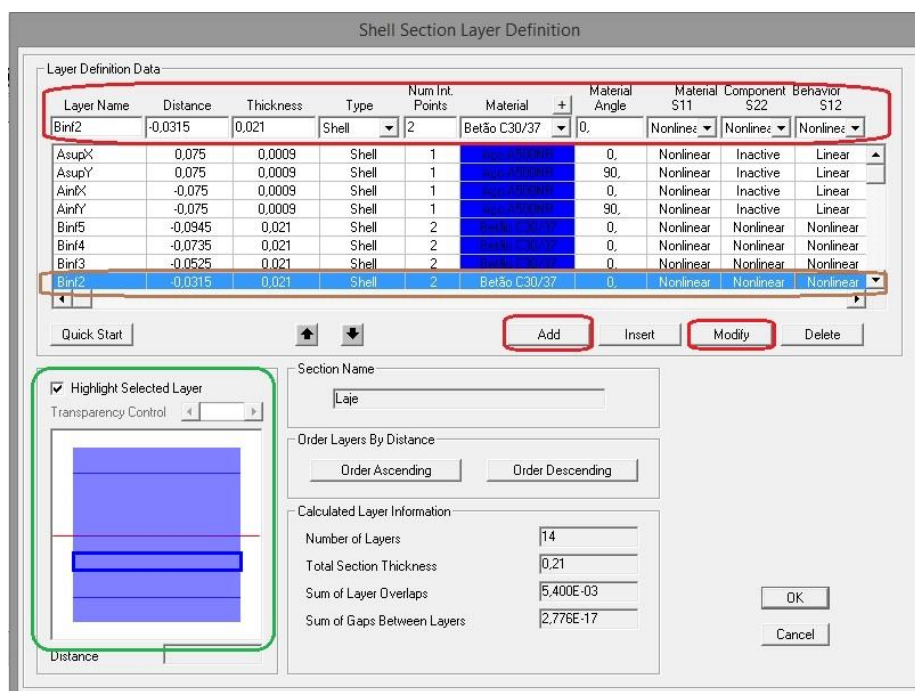


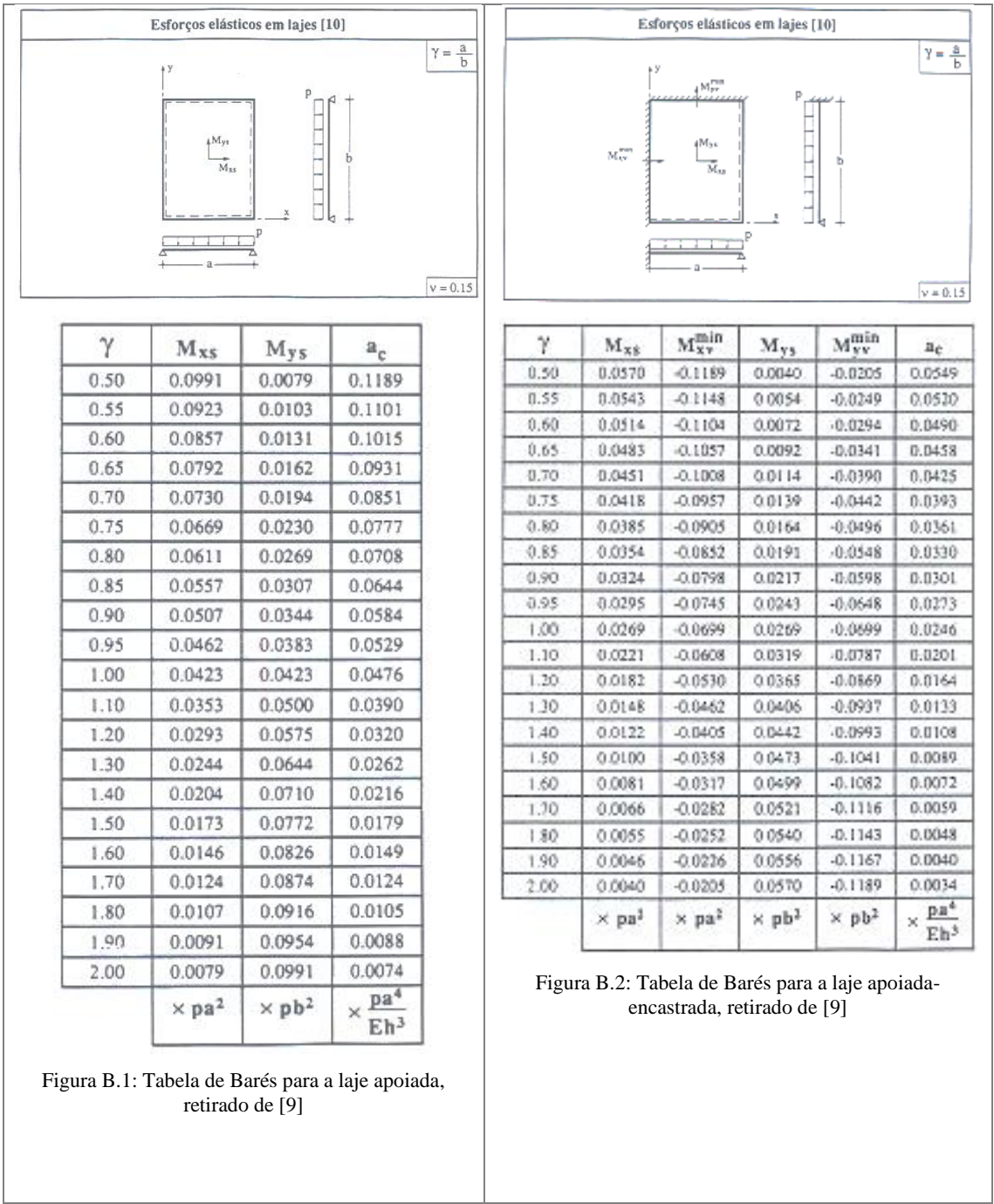
Figura A.12: Menu para definição das camadas no elemento *Shell* não linear

Nota: Na caixa a castanho a camada “Binf2” está seleccionada. Dentro da caixa verde, está seleccionada a opção *Highlight Selected Layer*. A linha vermelha indica o centro da Shell, e a caixa azul representa a camada “Binf2”. É deste possível observar se a camada está colocada correctamente.

Anexo B

Tabelas de Bares

No presente anexo encontram-se as tabelas retiradas de [9], para cálculo das deformações elásticas em lajes.



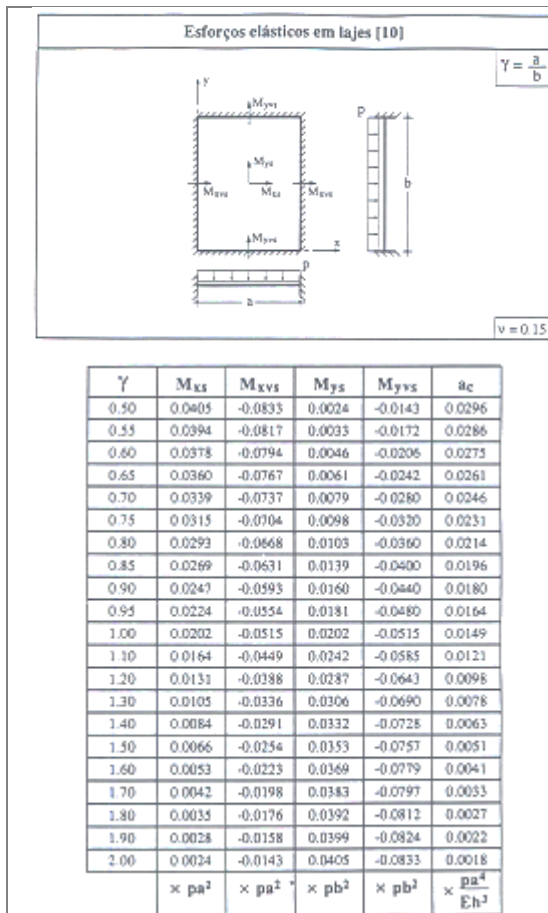


Figura B.3: Tabela de Bares para a laje bi-encastada, retirado de [9]

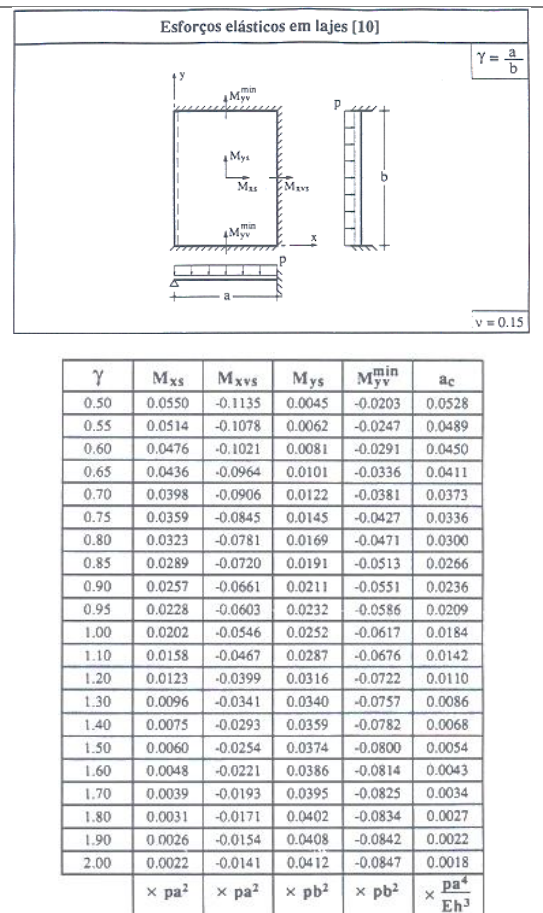


Figura B.4: Tabela de Bares para a laje encastada em 3 bordos e apoiada num 1 bordo, retirado de [9]

$$a_c = k \frac{5}{384} \frac{p L^4}{D}$$

$$D = \frac{E h^3}{12 (1 - \nu)^2}$$

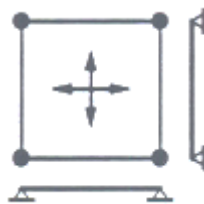
p - carga uniformemente distribuida

L - vão

h - espessura da laje

E - módulo de elasticidade

v - coeficiente de Poisson



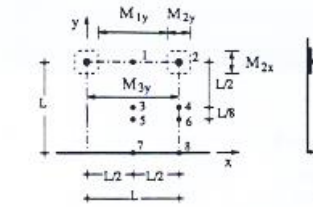
Laje quadrada apoiada nos cantos

| |
|-------|
| k |
| 2.250 |

Figura B.5: Tabela de Barés para a laje fungiforme quadrada, retirado de [9]

Flechas e esforços elásticos de lajes fungiformes [14]

Tabela 1 - Painel de bordo simplesmente apoiado



$$M_{2x} = \int_L m_x dy \text{ (apoio)}$$

$$M_{1y} = \int_{L-L} m_y dx \text{ (apoio)}$$

$$M_{2y} = \int_L m_y dx \text{ (apoio)}$$

$$M_{3y} = \int_L m_y dx \text{ (vão)}$$

q - carga uniformemente distribuida

φ - ângulo da tangente à deformada com a horizontal

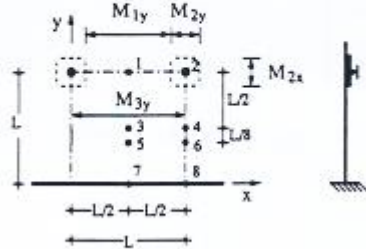
| h'/h | L'/L | m _{1x} | m _{2x} | m _{3x} | m _{4x} | m _{1y} | m _{2y} | m _{3y} | m _{4y} | m _{5y} | m _{6y} |
|------------------|------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|
| 1.5 | 0.1 | 0.051 | -0.343 | 0.028 | 0.001 | -0.026 | -0.360 | 0.070 | 0.079 | 0.076 | 0.082 |
| | 0.2 | 0.045 | -0.293 | 0.027 | 0.001 | -0.026 | -0.312 | 0.068 | 0.076 | 0.075 | 0.080 |
| | 0.3 | 0.039 | -0.278 | 0.026 | 0.001 | -0.025 | -0.297 | 0.066 | 0.072 | 0.073 | 0.078 |
| | 0.4 | 0.035 | -0.269 | 0.025 | 0.002 | -0.023 | -0.288 | 0.065 | 0.069 | 0.072 | 0.076 |
| 2.0 | 0.1 | 0.049 | -0.405 | 0.028 | 0.001 | -0.026 | -0.431 | 0.070 | 0.078 | 0.076 | 0.082 |
| | 0.2 | 0.041 | -0.327 | 0.026 | 0.001 | -0.025 | -0.355 | 0.067 | 0.073 | 0.074 | 0.078 |
| | 0.3 | 0.033 | -0.304 | 0.024 | 0.002 | -0.022 | -0.332 | 0.064 | 0.068 | 0.071 | 0.075 |
| | 0.4 | 0.026 | -0.292 | 0.023 | 0.003 | -0.019 | -0.320 | 0.061 | 0.063 | 0.068 | 0.071 |
| 2.5 | 0.1 | 0.048 | -0.439 | 0.027 | 0.001 | -0.026 | -0.469 | 0.069 | 0.077 | 0.076 | 0.081 |
| | 0.2 | 0.039 | -0.345 | 0.026 | 0.002 | -0.024 | -0.379 | 0.066 | 0.072 | 0.073 | 0.077 |
| | 0.3 | 0.030 | -0.317 | 0.024 | 0.003 | -0.020 | -0.351 | 0.062 | 0.065 | 0.070 | 0.073 |
| | 0.4 | 0.021 | -0.303 | 0.021 | 0.004 | -0.015 | -0.338 | 0.059 | 0.059 | 0.067 | 0.069 |
| Laje sem capitel | | 0.054 | -0.224 | 0.028 | 0.000 | -0.026 | -0.230 | 0.072 | 0.081 | 0.078 | 0.084 |
| | | q L ² | q L ² | q L ² | q L ² | q L ² | q L ² | q L ² | q L ² | q L ² | q L ² |

| h'/h | L'/L | M _{2x} | M _{1y} | M _{2y} | M _{3y} | a ₁ | a ₃ | a ₄ | φ _{7y} | φ _{8y} |
|------------------|------|------------------|------------------|------------------|------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| 1.5 | 0.1 | -0.0343 | -0.0550 | -0.0360 | 0.0743 | 0.0445 | 0.0940 | 0.0852 | 0.314 | 0.307 |
| | 0.2 | -0.0544 | -0.0382 | -0.0581 | 0.0717 | 0.0355 | 0.0878 | 0.0794 | 0.300 | 0.293 |
| | 0.3 | -0.0689 | -0.0271 | -0.0746 | 0.0690 | 0.0293 | 0.0830 | 0.0754 | 0.288 | 0.281 |
| | 0.4 | -0.0793 | -0.0194 | -0.0871 | 0.0666 | 0.0256 | 0.0797 | 0.0724 | 0.280 | 0.272 |
| 2.0 | 0.1 | -0.0405 | -0.0496 | -0.0431 | 0.0735 | 0.0404 | 0.0913 | 0.0827 | 0.308 | 0.301 |
| | 0.2 | -0.0630 | -0.0317 | -0.0686 | 0.0697 | 0.0280 | 0.0827 | 0.0748 | 0.288 | 0.281 |
| | 0.3 | -0.0788 | -0.0209 | -0.0875 | 0.0656 | 0.0197 | 0.0758 | 0.0689 | 0.271 | 0.265 |
| | 0.4 | -0.0904 | -0.0139 | -0.1022 | 0.0619 | 0.0148 | 0.0708 | 0.0646 | 0.258 | 0.252 |
| 2.5 | 0.1 | -0.0439 | -0.0466 | -0.0469 | 0.0731 | 0.0384 | 0.0901 | 0.0815 | 0.306 | 0.299 |
| | 0.2 | -0.0679 | -0.0276 | -0.0474 | 0.0687 | 0.0245 | 0.0802 | 0.0725 | 0.282 | 0.275 |
| | 0.3 | -0.0844 | -0.0168 | -0.0950 | 0.0640 | 0.0152 | 0.0725 | 0.0658 | 0.263 | 0.257 |
| | 0.4 | -0.0967 | -0.0102 | -0.1108 | 0.0593 | 0.0101 | 0.0665 | 0.610 | 0.247 | 0.241 |
| Laje sem capitel | | -0.0740 | -0.0740 | 0.0761 | | 0.0538 | 0.0998 | 0.0907 | 0.328 | 0.320 |
| | | q L ³ | q L ³ | q L ³ | q L ³ | $\frac{q L^4}{E h^3}$ | $\frac{q L^4}{E h^3}$ | $\frac{q L^4}{E h^3}$ | $\frac{q L^3}{E h^3}$ | $\frac{q L^3}{E h^3}$ |

Figura B.6: Tabela de Bares de laje fungiforme continua apoiada num bordo, retirado de [9]

Flechas e esforços elásticos de lajes fungiformes [14]

Tabela 2 - Painel de bordo encastrado



$$M_{2x} = \int_L m_x dy \quad (\text{apoio})$$

$$M_{1y} = \int_{L-L} m_y dx \quad (\text{apoio})$$

$$M_{2y} = \int_L m_y dx \quad (\text{apoio})$$

$$M_{3y} = \int_L m_y dx \quad (\text{vão})$$

q - carga uniformemente distribuída

| h'/h | L'/L | M _{2x} | M _{1y} | M _{2y} | M _{3y} | a ₂ | a ₃ | a ₄ |
|------------------|------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| 1.5 | 0.1 | -0.0309 | -0.0423 | -0.0308 | 0.0387 | 0.0403 | 0.0410 | 0.0852 |
| | 0.2 | -0.0492 | -0.0286 | -0.0494 | 0.0379 | 0.0325 | 0.0377 | 0.0794 |
| | 0.3 | -0.0625 | -0.0198 | -0.0630 | 0.0368 | 0.0271 | 0.0354 | 0.0754 |
| | 0.4 | -0.0720 | -0.0138 | -0.0729 | 0.0357 | 0.0239 | 0.0338 | 0.0724 |
| 2.0 | 0.1 | -0.0368 | -0.0381 | -0.0368 | 0.0386 | 0.0367 | 0.0396 | 0.0827 |
| | 0.2 | -0.0576 | -0.0237 | -0.0582 | 0.0374 | 0.0258 | 0.0350 | 0.0748 |
| | 0.3 | -0.0722 | -0.0153 | -0.0738 | 0.0357 | 0.0185 | 0.0316 | 0.0689 |
| | 0.4 | -0.0830 | -0.0101 | -0.0855 | 0.0338 | 0.0140 | 0.0293 | 0.0646 |
| 2.5 | 0.1 | -0.0400 | -0.0356 | -0.0400 | 0.0385 | 0.0350 | 0.0389 | 0.0815 |
| | 0.2 | -0.0624 | -0.0205 | -0.0633 | 0.0371 | 0.0228 | 0.0337 | 0.0725 |
| | 0.3 | -0.0778 | -0.0123 | -0.0801 | 0.0350 | 0.0145 | 0.0298 | 0.0658 |
| | 0.4 | -0.0892 | -0.0075 | -0.0927 | 0.0328 | 0.0097 | 0.0270 | 0.610 |
| Laje sem capitel | | -0.0694 | -0.0694 | 0.0388 | | 0.0484 | 0.0442 | 0.0361 |
| | | $q L^3$ | $q L^3$ | $q L^3$ | $q L^3$ | $\frac{q L^4}{E h^3}$ | $\frac{q L^4}{E h^3}$ | $\frac{q L^4}{E h^3}$ |

| h'/h | L'/L | m _{1x} | m _{2x} | m _{3x} | m _{4x} | m _{1y} | m _{2y} | m _{3y} | m _{4y} | m _{7y} | m _{8y} |
|------------------|------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| 1.5 | 0.1 | 0.047 | -0.309 | 0.019 | -0.005 | -0.015 | -0.308 | 0.035 | 0.043 | -0.083 | -0.077 |
| | 0.2 | 0.042 | -0.266 | 0.019 | -0.004 | -0.015 | -0.267 | 0.035 | 0.041 | -0.080 | -0.074 |
| | 0.3 | 0.037 | -0.252 | 0.018 | -0.004 | -0.015 | -0.254 | 0.034 | 0.039 | -0.077 | -0.071 |
| | 0.4 | 0.033 | -0.245 | 0.017 | -0.003 | -0.014 | -0.247 | 0.034 | 0.038 | -0.075 | -0.070 |
| 2.0 | 0.1 | 0.045 | -0.368 | 0.019 | -0.005 | -0.015 | -0.368 | 0.035 | 0.042 | -0.082 | -0.076 |
| | 0.2 | 0.039 | -0.300 | 0.018 | -0.004 | -0.014 | -0.303 | 0.035 | 0.040 | -0.077 | -0.071 |
| | 0.3 | 0.032 | -0.279 | 0.017 | -0.003 | -0.013 | -0.284 | 0.034 | 0.037 | -0.073 | -0.068 |
| | 0.4 | 0.025 | -0.268 | 0.016 | -0.002 | -0.011 | -0.274 | 0.033 | 0.035 | -0.070 | -0.065 |
| 2.5 | 0.1 | 0.045 | -0.400 | 0.019 | -0.004 | -0.015 | -0.400 | 0.035 | 0.042 | -0.081 | -0.075 |
| | 0.2 | 0.037 | -0.318 | 0.018 | -0.003 | -0.014 | -0.323 | 0.034 | 0.040 | -0.075 | -0.070 |
| | 0.3 | 0.029 | -0.293 | 0.016 | -0.002 | -0.012 | -0.300 | 0.034 | 0.036 | -0.071 | -0.066 |
| | 0.4 | 0.021 | -0.280 | 0.015 | -0.000 | -0.009 | -0.289 | 0.032 | 0.033 | -0.067 | -0.063 |
| Laje sem capitel | | 0.050 | -0.200 | 0.020 | -0.005 | -0.015 | -0.198 | 0.035 | 0.043 | -0.087 | -0.080 |
| | | $q L^2$ | $q L^2$ | $q L^2$ | $q L^2$ | $q L^2$ | $q L^2$ | $q L^2$ | $q L^2$ | $q L^2$ | $q L^2$ |

Figura B.7: Tabela de Bares de laje fungiforme continua encastrada num bordo, retirado de [9]

Anexo C

Valores das deformações

No presente anexo encontram-se os valores da deformação calculados para todas as parametrizações estudadas.

C1. Laje Apoiada

Nas tabelas seguintes encontram-se os valores das flechas analíticas e numéricas da laje apoiada para os três modelos estudados.

Tabela C.1: Deformações analíticas da laje apoiada

| Deformações Analíticas [mm] | | | | | | | |
|-----------------------------|--------|---------------|-------|---------------------|-------|---------------------|-------|
| Laje Apoiada | | | | | | | |
| L1 [m] | L2 [m] | Modelo Linear | | Modelo Não Linear 1 | | Modelo Não Linear 2 | |
| | | EC2 | REBAP | EC2 | REBAP | EC2 | REBAP |
| 4 | 4 | 0,30 | 2,14 | 3,24 | 22,79 | 1,67 | 11,76 |
| 5 | 4 | 0,45 | 3,19 | 4,83 | 34,02 | 2,49 | 17,55 |
| 6 | 4 | 0,58 | 4,07 | 6,16 | 43,39 | 4,99 | 22,39 |
| 7 | 4 | 0,68 | 4,82 | 7,30 | 51,42 | 6,44 | 26,53 |
| 8 | 4 | 0,75 | 5,32 | 8,05 | 56,70 | 7,40 | 29,25 |
| 5 | 5 | 0,41 | 2,67 | 3,61 | 23,48 | 1,86 | 12,11 |
| 6 | 5 | 0,57 | 3,72 | 5,03 | 32,73 | 2,60 | 16,88 |
| 7 | 5 | 0,72 | 4,66 | 6,29 | 40,93 | 3,25 | 21,11 |
| 8 | 5 | 0,84 | 5,48 | 7,40 | 48,16 | 6,32 | 24,85 |
| 6 | 6 | 0,52 | 3,21 | 4,04 | 24,93 | 2,09 | 12,86 |
| 7 | 6 | 0,70 | 4,28 | 5,41 | 33,31 | 2,79 | 17,18 |
| 8 | 6 | 0,86 | 5,28 | 6,67 | 41,08 | 3,44 | 21,19 |
| 7 | 7 | 0,63 | 3,74 | 4,51 | 26,72 | 2,33 | 13,79 |
| 8 | 7 | 0,81 | 4,82 | 5,82 | 34,48 | 3,00 | 17,79 |
| 8 | 8 | 0,74 | 4,27 | 4,99 | 28,71 | 2,58 | 14,81 |

Tabela C.2: Deformações numéricas da laje apoiada

| Deformações Numéricas [mm] | | | | | | | |
|----------------------------|--------|---------------|-------|---------------------|-------|---------------------|-------|
| Laje Apoiada | | | | | | | |
| L1 [m] | L2 [m] | Modelo Linear | | Modelo Não Linear 1 | | Modelo Não Linear 2 | |
| | | EC2 | REBAP | EC2 | REBAP | EC2 | REBAP |
| 4 | 4 | 0,31 | 2,10 | 1,37 | 15,01 | 0,78 | 6,86 |
| 5 | 4 | 0,46 | 3,12 | 2,05 | 22,51 | 1,15 | 10,36 |
| 6 | 4 | 0,55 | 3,36 | 2,73 | 31,07 | 1,48 | 13,66 |
| 7 | 4 | 0,68 | 4,62 | 3,31 | 38,10 | 1,74 | 17,12 |
| 8 | 4 | 0,76 | 5,26 | 3,84 | 44,85 | 1,95 | 20,80 |
| 5 | 5 | 0,42 | 2,66 | 1,72 | 16,09 | 1,01 | 7,94 |
| 6 | 5 | 0,58 | 3,67 | 2,42 | 22,70 | 1,41 | 10,00 |
| 7 | 5 | 0,72 | 4,54 | 3,10 | 29,39 | 1,76 | 14,23 |
| 8 | 5 | 0,84 | 5,33 | 3,74 | 35,86 | 2,07 | 17,12 |
| 6 | 6 | 0,53 | 3,17 | 2,09 | 17,34 | 1,25 | 9,01 |

| | | | | | | | |
|---|---|------|------|------|-------|------|-------|
| 7 | 6 | 0,70 | 4,21 | 2,78 | 23,24 | 1,66 | 12,08 |
| 8 | 6 | 0,85 | 5,19 | 3,48 | 29,20 | 2,04 | 14,85 |
| 7 | 7 | 0,64 | 3,70 | 2,45 | 18,69 | 1,49 | 10,08 |
| 8 | 7 | 0,82 | 4,71 | 3,15 | 24,11 | 1,90 | 13,01 |
| 8 | 8 | 0,75 | 4,21 | 2,81 | 20,11 | 1,72 | 11,14 |

C2. Laje Apoiada–Encastrada

Nas tabelas seguintes encontram-se os valores das flechas analíticas e numéricas da laje apoiada–encastrada para os três modelos estudados.

Tabela C.3: Deformações analíticas da laje apoiada-encastrada

| Deformações Analíticas [mm] | | | | | | | |
|-----------------------------|--------|---------------|-------|---------------------|-------|---------------------|-------|
| Laje Apoiada-Encastrada | | | | | | | |
| L1 [m] | L2 [m] | Modelo Linear | | Modelo Não Linear 1 | | Modelo Não Linear 2 | |
| | | EC2 | REBAP | EC2 | REBAP | EC2 | REBAP |
| 4 | 4 | 0,28 | 1,91 | 3,65 | 25,04 | 1,88 | 12,92 |
| 5 | 4 | 0,41 | 2,81 | 5,38 | 36,90 | 2,78 | 19,04 |
| 6 | 4 | 0,51 | 3,50 | 6,69 | 45,86 | 3,45 | 23,66 |
| 7 | 4 | 0,57 | 3,89 | 7,45 | 51,07 | 6,42 | 26,35 |
| 8 | 4 | 0,62 | 4,22 | 8,07 | 55,37 | 7,29 | 28,56 |
| 5 | 5 | 0,38 | 2,12 | 3,79 | 20,97 | 1,95 | 10,82 |
| 6 | 5 | 0,53 | 2,93 | 5,23 | 28,98 | 2,70 | 14,95 |
| 7 | 5 | 0,65 | 3,58 | 6,39 | 35,36 | 3,29 | 18,24 |
| 8 | 5 | 0,73 | 4,07 | 7,26 | 40,22 | 6,07 | 20,75 |
| 6 | 6 | 0,49 | 2,86 | 4,31 | 25,16 | 2,23 | 12,98 |
| 7 | 6 | 0,65 | 3,80 | 5,73 | 33,41 | 2,96 | 17,24 |
| 8 | 6 | 0,79 | 4,62 | 6,96 | 40,57 | 3,59 | 20,93 |
| 7 | 7 | 0,66 | 3,07 | 5,15 | 23,86 | 2,66 | 12,31 |
| 8 | 7 | 0,85 | 3,94 | 6,62 | 30,64 | 3,41 | 15,81 |
| 8 | 8 | 0,78 | 3,82 | 5,69 | 27,97 | 2,94 | 14,43 |

Tabela C.4: Deformações numéricas da laje apoiada-encastrada

| Deformações Numéricas [mm] | | | | | | | |
|----------------------------|--------|---------------|-------|---------------------|-------|---------------------|-------|
| Laje Apoiada-Encastrada | | | | | | | |
| L1 [m] | L2 [m] | Modelo Linear | | Modelo Não Linear 1 | | Modelo Não Linear 2 | |
| | | EC2 | REBAP | EC2 | REBAP | EC2 | REBAP |
| 4 | 4 | 0,29 | 1,99 | 1,56 | 18,60 | 0,79 | 7,06 |
| 5 | 4 | 0,43 | 2,91 | 2,31 | 27,90 | 1,15 | 11,00 |
| 6 | 4 | 0,53 | 3,59 | 3,04 | 38,61 | 1,43 | 15,25 |
| 7 | 4 | 0,60 | 4,07 | 3,49 | 41,07 | 1,62 | 20,31 |
| 8 | 4 | 0,66 | 4,38 | 3,90 | 49,23 | 1,75 | 26,39 |
| 5 | 5 | 0,40 | 2,21 | 1,97 | 16,75 | 1,04 | 6,97 |
| 6 | 5 | 0,55 | 3,03 | 2,74 | 23,41 | 1,43 | 9,89 |
| 7 | 5 | 0,68 | 3,70 | 3,44 | 29,68 | 1,75 | 12,75 |
| 8 | 5 | 0,77 | 4,22 | 4,03 | 33,26 | 2,00 | 15,56 |

| | | | | | | | |
|---|---|------|------|------|-------|------|-------|
| 6 | 6 | 0,52 | 2,97 | 2,38 | 20,37 | 1,29 | 9,05 |
| 7 | 6 | 0,68 | 3,92 | 5,35 | 27,10 | 1,70 | 12,28 |
| 8 | 6 | 0,82 | 4,71 | 3,89 | 33,55 | 2,06 | 15,46 |
| 7 | 7 | 0,70 | 3,20 | 3,11 | 19,46 | 1,71 | 9,17 |
| 8 | 7 | 0,89 | 4,07 | 3,99 | 24,98 | 2,18 | 11,87 |
| 8 | 8 | 0,81 | 3,97 | 3,53 | 22,86 | 1,97 | 11,14 |

C3. Laje Bi-Encastrada

Nas tabelas seguintes encontram-se os valores das flechas analíticas e numéricas da laje bi-encastrada para os três modelos estudados.

Tabela C.5: Deformações analíticas da laje bi-encastrada

| Deformações Analíticas [mm] | | | | | | | |
|-----------------------------|--------|---------------|-------|---------------------|-------|---------------------|-------|
| Laje Bi-Encastrada | | | | | | | |
| L1 [m] | L2 [m] | Modelo Linear | | Modelo Não Linear 1 | | Modelo Não Linear 2 | |
| | | EC2 | REBAP | EC2 | REBAP | EC2 | REBAP |
| 4 | 4 | 0,24 | 1,59 | 3,57 | 24,08 | 1,84 | 12,42 |
| 5 | 4 | 0,34 | 2,29 | 5,15 | 34,72 | 2,66 | 17,91 |
| 6 | 4 | 0,41 | 2,75 | 6,19 | 41,73 | 3,19 | 21,53 |
| 7 | 4 | 0,44 | 2,99 | 6,75 | 45,47 | 5,73 | 23,46 |
| 8 | 4 | 0,45 | 3,06 | 6,91 | 46,55 | 6,15 | 24,01 |
| 5 | 5 | 0,35 | 2,12 | 4,13 | 24,80 | 2,13 | 12,80 |
| 6 | 5 | 0,48 | 2,89 | 5,63 | 33,83 | 2,90 | 17,45 |
| 7 | 5 | 0,57 | 3,44 | 6,70 | 40,29 | 3,46 | 20,78 |
| 8 | 5 | 0,64 | 3,82 | 7,44 | 44,73 | 6,19 | 23,08 |
| 6 | 6 | 0,48 | 2,66 | 4,75 | 26,33 | 2,45 | 13,58 |
| 7 | 6 | 0,63 | 3,50 | 6,25 | 34,60 | 3,22 | 17,85 |
| 8 | 6 | 0,75 | 4,15 | 7,41 | 41,05 | 3,82 | 21,18 |
| 7 | 7 | 0,55 | 3,21 | 4,84 | 28,23 | 2,50 | 14,56 |
| 8 | 7 | 0,70 | 4,09 | 6,16 | 35,92 | 3,18 | 18,53 |
| 8 | 8 | 0,68 | 3,76 | 5,52 | 30,33 | 2,85 | 15,65 |

Tabela C.6: Deformações numéricas da laje bi-encastrada

| Deformações Numéricas [mm] | | | | | | | |
|----------------------------|--------|---------------|-------|---------------------|-------|---------------------|-------|
| Laje Bi-Encastrada | | | | | | | |
| L1 [m] | L2 [m] | Modelo Linear | | Modelo Não Linear 1 | | Modelo Não Linear 2 | |
| | | EC2 | REBAP | EC2 | REBAP | EC2 | REBAP |
| 4 | 4 | 0,24 | 1,58 | 1,42 | 18,07 | 0,66 | 5,57 |
| 5 | 4 | 0,34 | 2,27 | 2,08 | 26,78 | 0,94 | 8,92 |
| 6 | 4 | 0,41 | 2,71 | 2,61 | 32,79 | 1,14 | 13,68 |
| 7 | 4 | 0,45 | 2,99 | 2,96 | 37,97 | 1,25 | 17,85 |
| 8 | 4 | 0,47 | 3,13 | 3,19 | 42,43 | 1,31 | 20,13 |
| 5 | 5 | 0,36 | 2,10 | 1,97 | 20,23 | 0,95 | 7,13 |
| 6 | 5 | 0,48 | 2,86 | 2,71 | 28,03 | 1,29 | 10,49 |
| 7 | 5 | 0,58 | 3,42 | 3,33 | 35,00 | 1,54 | 14,56 |

| | | | | | | | |
|---|---|------|------|------|-------|------|-------|
| 8 | 5 | 0,64 | 3,80 | 3,80 | 42,06 | 1,72 | 18,13 |
| 6 | 6 | 0,48 | 2,64 | 2,53 | 22,08 | 1,25 | 8,54 |
| 7 | 6 | 0,63 | 3,45 | 4,70 | 32,46 | 1,64 | 11,79 |
| 8 | 6 | 0,75 | 4,09 | 4,03 | 35,59 | 1,95 | 15,38 |
| 7 | 7 | 0,55 | 3,18 | 2,73 | 23,88 | 1,39 | 9,88 |
| 8 | 7 | 0,70 | 4,02 | 3,48 | 30,52 | 1,76 | 13,01 |
| 8 | 8 | 0,69 | 3,69 | 3,28 | 25,70 | 1,70 | 11,16 |

C4. Laje Fungiforme

Nas tabelas seguintes encontram-se os valores das flechas analíticas e numéricas da laje fungiforme para os três modelos estudados.

Tabela C.7: Deformações analíticas da laje fungiforme

| Deformações Analíticas [mm] | | | | | | | |
|-----------------------------|--------|---------------|-------|---------------------|--------|---------------------|--------|
| Laje Fungiforme Apoiada | | | | | | | |
| L1 [m] | L2 [m] | Modelo Linear | | Modelo Não Linear 1 | | Modelo Não Linear 2 | |
| | | EC2 | REBAP | EC2 | REBAP | EC2 | REBAP |
| 4 | 4 | 2,42 | 5,75 | 21,31 | 66,72 | 11,93 | 34,42 |
| 5 | 5 | 3,08 | 14,03 | 27,09 | 162,88 | 15,17 | 84,03 |
| 6 | 6 | 4,03 | 16,84 | 31,30 | 195,45 | 16,90 | 100,84 |
| 7 | 7 | 4,56 | 19,64 | 32,55 | 228,03 | 17,58 | 117,64 |
| 8 | 8 | 5,51 | 22,45 | 37,03 | 260,61 | 20,00 | 134,45 |

Tabela C.8: Deformações numéricas da laje fungiforme

| Deformações Numéricas [mm] | | | | | | | |
|----------------------------|--------|---------------|-------|---------------------|--------|---------------------|-------|
| Laje Fungiforme Apoiada | | | | | | | |
| L1 [m] | L2 [m] | Modelo Linear | | Modelo Não Linear 1 | | Modelo Não Linear 2 | |
| | | EC2 | REBAP | EC2 | REBAP | EC2 | REBAP |
| 4 | 4 | 2,94 | 6,92 | 26,21 | 58,7 | 9,07 | 21,5 |
| 5 | 5 | 4,15 | 16,86 | 33,95 | 144,34 | 13,01 | 52,96 |
| 6 | 6 | 5,42 | 20,24 | 37,13 | 130,7 | 16,44 | 60,63 |
| 7 | 7 | 6,14 | 23,63 | 36,93 | 97,97 | 18,02 | 64,1 |
| 8 | 8 | 7,44 | 26,97 | 40,72 | 124,74 | 21,22 | 71,84 |

C4. Viga Apoiada

Nas tabelas seguintes encontram-se os valores das flechas analíticas e numéricas da viga apoiada para os três modelos estudados.

Tabela C.9: Deformações analíticas da viga apoiada

| Deformações Analíticas [mm] | | | | | | | |
|-----------------------------|--------|---------------|-------|---------------------|-------|---------------------|-------|
| Viga Apoiada | | | | | | | |
| L1 [m] | L2 [m] | Modelo Linear | | Modelo Não Linear 1 | | Modelo Não Linear 2 | |
| | | EC2 | REBAP | EC2 | REBAP | EC2 | REBAP |
| 4 | 4 | 0,73 | 4,60 | 2,30 | 16,16 | 2,30 | 10,74 |
| 5 | 4 | 1,44 | 8,17 | 4,46 | 21,70 | 4,46 | 14,31 |
| 6 | 4 | 2,05 | 10,63 | 6,11 | 26,12 | 6,11 | 17,20 |
| 7 | 4 | 2,55 | 11,19 | 7,21 | 27,53 | 7,21 | 18,16 |
| 8 | 4 | 2,63 | 11,65 | 7,49 | 28,09 | 7,49 | 18,57 |
| 5 | 5 | 1,01 | 5,74 | 3,00 | 18,86 | 3,00 | 12,49 |
| 6 | 5 | 1,80 | 7,49 | 5,17 | 26,64 | 5,17 | 17,52 |
| 7 | 5 | 2,58 | 12,58 | 7,28 | 30,83 | 7,28 | 20,26 |
| 8 | 5 | 2,92 | 12,24 | 8,31 | 33,07 | 8,31 | 21,76 |
| 6 | 6 | 1,31 | 6,78 | 3,59 | 23,22 | 3,59 | 15,32 |
| 7 | 6 | 2,20 | 10,19 | 5,96 | 30,36 | 5,96 | 19,95 |
| 8 | 6 | 2,83 | 13,19 | 8,05 | 35,24 | 8,05 | 23,14 |
| 7 | 7 | 1,63 | 7,96 | 4,24 | 26,68 | 4,24 | 17,59 |
| 8 | 7 | 2,42 | 10,71 | 6,61 | 34,04 | 6,61 | 22,36 |
| 8 | 8 | 1,86 | 8,69 | 4,88 | 30,16 | 4,88 | 19,87 |

Tabela C.10: Deformações numéricas da viga apoiada

| Deformações Numéricas [mm] | | | | | | | |
|----------------------------|--------|---------------|-------|---------------------|-------|---------------------|-------|
| Viga Apoiada | | | | | | | |
| L1 [m] | L2 [m] | Modelo Linear | | Modelo Não Linear 1 | | Modelo Não Linear 2 | |
| | | EC2 | REBAP | EC2 | REBAP | EC2 | REBAP |
| 4 | 4 | 0,68 | 1,90 | 3,05 | 8,11 | 0,89 | 4,26 |
| 5 | 4 | 0,82 | 3,33 | 4,62 | 14,60 | 1,48 | 8,09 |
| 6 | 4 | 0,98 | 4,81 | 6,31 | 21,41 | 2,16 | 12,98 |
| 7 | 4 | 1,07 | 4,99 | 7,69 | 24,87 | 3,72 | 15,73 |
| 8 | 4 | 1,06 | 5,21 | 5,54 | 26,97 | 3,07 | 17,52 |
| 5 | 5 | 0,90 | 3,00 | 3,82 | 13,21 | 1,15 | 6,98 |
| 6 | 5 | 1,04 | 4,57 | 5,48 | 20,51 | 1,80 | 11,80 |
| 7 | 5 | 1,19 | 5,33 | 7,38 | 25,39 | 2,57 | 15,46 |
| 8 | 5 | 1,19 | 5,96 | 8,00 | 29,54 | 2,98 | 18,44 |
| 6 | 6 | 1,12 | 4,17 | 4,49 | 18,20 | 1,44 | 9,99 |
| 7 | 6 | 1,32 | 5,33 | 6,50 | 23,96 | 2,17 | 13,73 |
| 8 | 6 | 1,30 | 6,14 | 7,44 | 28,91 | 2,67 | 17,66 |
| 7 | 7 | 1,39 | 4,90 | 5,49 | 21,20 | 1,72 | 11,73 |
| 8 | 7 | 1,43 | 5,80 | 6,77 | 29,59 | 2,32 | 17,40 |
| 8 | 8 | 1,49 | 5,77 | 5,81 | 17,69 | 3,25 | 12,21 |

C5. Valores Limite de deformação

Os valores limite de deformação calculados de acordo com as expressões (5.2) e (5.3) encontram-se na Tabela C.11

Tabela C.11: Valores limite de deformação para as combinações quase-permanente e frequente

| Valores Limite [mm] | | | |
|---------------------|--------|------------------|-----------|
| L1 [m] | L2 [m] | Combinação | |
| | | Quase-Permanente | Frequente |
| 4 | 4 | 16,0 | 10,0 |
| 5 | 5 | 20,0 | 12,5 |
| 6 | 6 | 24,0 | 15,0 |
| 7 | 7 | 28,0 | 17,5 |
| 8 | 8 | 32,0 | 20,0 |

C6. Casos de Estudo

Na presente secção serão apresentados os valores de deformação dos modelos lineares analíticos e numéricos.

C6.1. Caso de Estudo 1

Tabela C.12: Deformação linear analítica do Caso de Estudo 1

| Combinação | Comb. Quase-Permanente | | Comb. Frequente | |
|------------|------------------------|--------------------|----------------------|--------------------|
| EC2 | $\delta_{analítica}$ | $\delta_{SAP2000}$ | $\delta_{analítica}$ | $\delta_{SAP2000}$ |
| Viga | 1,81 | 1,68 | 1,91 | 1,75 |
| Laje | 1,52 | 1,20 | 1,63 | 1,24 |

Tabela C.13: Deformação linear numérica do Caso de Estudo 2

| Combinação | Comb. Quase-Permanente | | Comb. Frequente | |
|------------|------------------------|--------------------|----------------------|--------------------|
| REBAP | $\delta_{analítica}$ | $\delta_{SAP2000}$ | $\delta_{analítica}$ | $\delta_{SAP2000}$ |
| Viga | 2,51 | 2,61 | 2,62 | 2,72 |
| Laje | 2,30 | 1,44 | 2,40 | 1,50 |

C6.2. Caso de Estudo 2

Tabela C.14: Deformação linear analítica do Caso de Estudo 2

| Laje | CQP | CF |
|------|-----|----|
|------|-----|----|

| | | |
|-------|------|------|
| EC2 | 1,33 | 1,4 |
| REBAP | 4,21 | 4,53 |

Tabela C.15: Deformação linear numérica do Caso de Estudo 2

| Laje | CQP | CF |
|-------|------|------|
| EC2 | 1,58 | 1,64 |
| REBAP | 3,68 | 3,85 |

C6.3. Caso de Estudo 3

Tabela C.16: Deformação linear analítica do Caso de Estudo 3

| L4 | CQP | CF |
|-------|------|------|
| EC2 | 1,27 | 1,34 |
| REBAP | 4,45 | 4,56 |

Tabela C.17: Deformação linear numérica do Caso de Estudo 3

| L4 | CQP | CF |
|-------|------|------|
| EC2 | 1,72 | 1,78 |
| REBAP | 3,35 | 3,43 |

Anexo D

Análise Paramétrica

No presente anexo estão ilustrados os gráficos das parametrizações rectangulares, nomeadamente os gráficos referentes aos rácios das deformações elásticas, rácios dos modelos não lineares e comparação dos valores do MNL2 com os valores limite.

D.1. Laje Apoiada

Nas figuras em baixo são apresentados os rácios das deformações elásticas para as parametrizações retangulares da laje apoiada. Em todos os gráficos são apresentados os resultados em que o menor vão é constante variando o maior vão.

D.1.1. Resultados Lineares

Nos gráficos seguintes encontram-se os valores dos rácios das deformações elásticas.

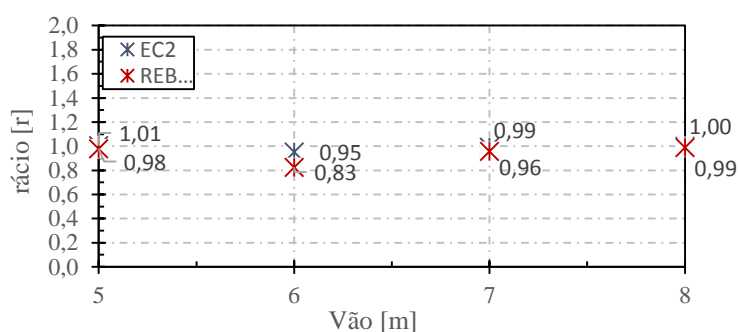


Figura D.1: Rácio das deformações da laje apoiada para $l_{menor}=4$

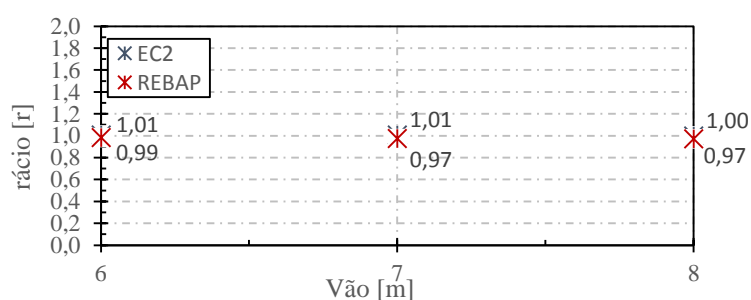


Figura D.2: Rácio das deformações da laje apoiada para $l_{menor}=5$

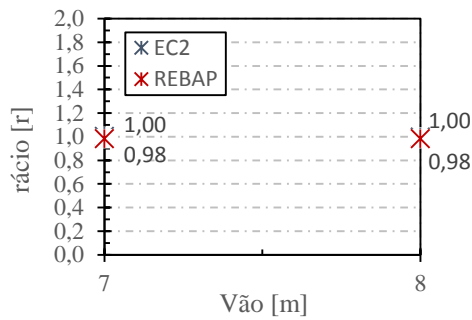


Figura D.3 Rácio das deformações da laje apoiada para $l_{menor}=6$

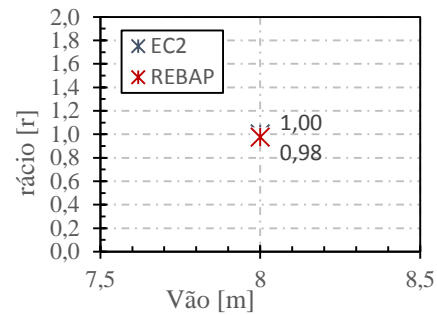


Figura D.4: Rácio das deformações da laje apoiada para $l_{menor}=7$

Com base nos valores observados no gráfico, e, como todos os valores são próximos da unidade conclui-se que o modelo linear da laje linear se encontra validado.

D.1.2. Resultados Não Lineares

Os gráficos da Figura D.5 à Figura D.12 ilustram os rácios das deformações dos modelos não lineares das parametrizações retangulares da laje apoiada. Os gráficos da Figura D.13 à Figura D.16 ilustram as deformações do SAP2000 do MNL2 e os seus valores limite.

Modelo Não Linear 1

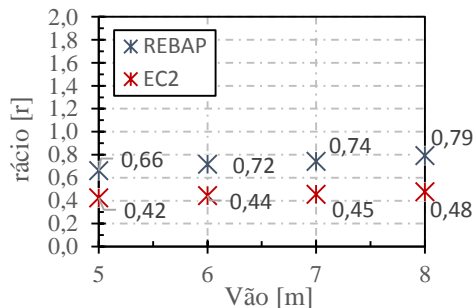


Figura D.5: Rácio das deformações da laje apoiada do MNL1 para $l_{menor}=4$

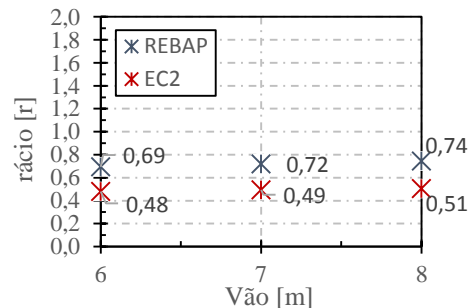


Figura D.6: Rácio das deformações da laje apoiada do MNL1 para $l_{menor}=5$

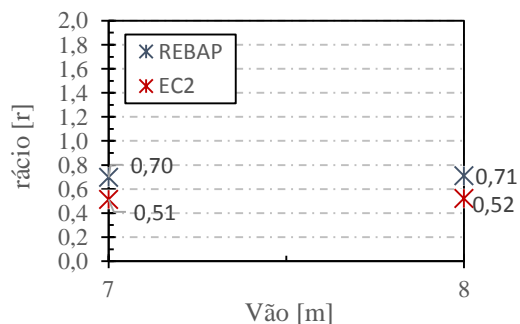


Figura D.7: Rácio das deformações da laje apoiada do MNL1 para $l_{menor}=6$

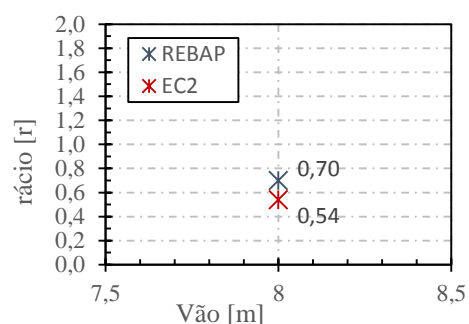


Figura D.8: Rácio das deformações da laje apoiada do MNL1 para $l_{menor}=7$

Modelo Não Linear 2

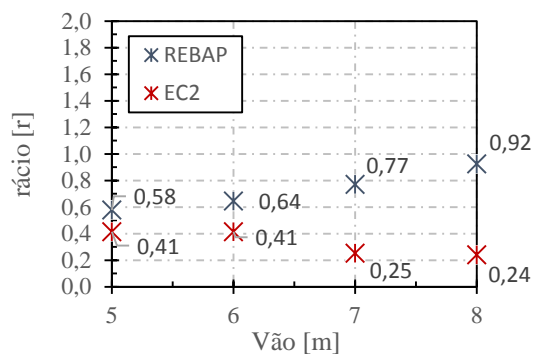


Figura D.9: Rácio das deformações da laje apoiada do MNL2 para $l_{menor}=4$

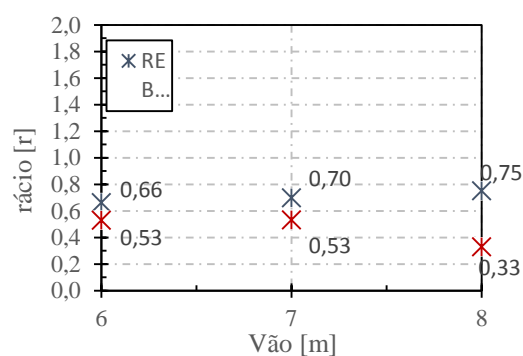


Figura D.10: Rácio das deformações da laje apoiada do MNL2 para $l_{menor}=5$

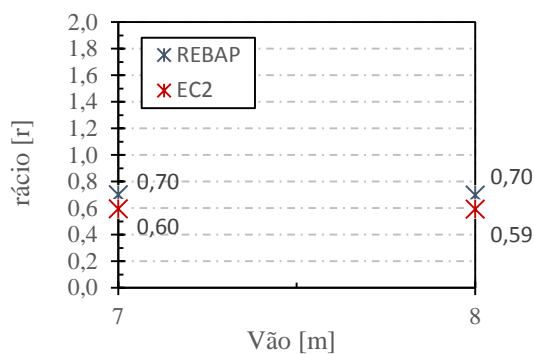


Figura D.11: Rácio das deformações da laje apoiada do MNL2 para $l_{menor}=6$

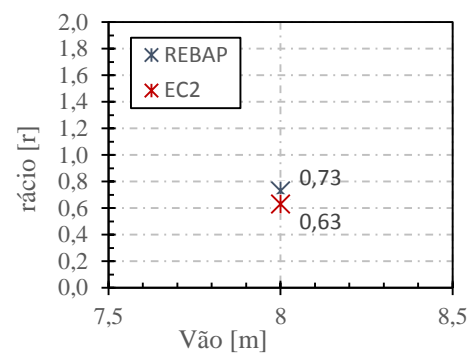


Figura D.12: Rácio das deformações da laje apoiada do MNL2 para $l_{menor}=7$

Comparação com valores limite

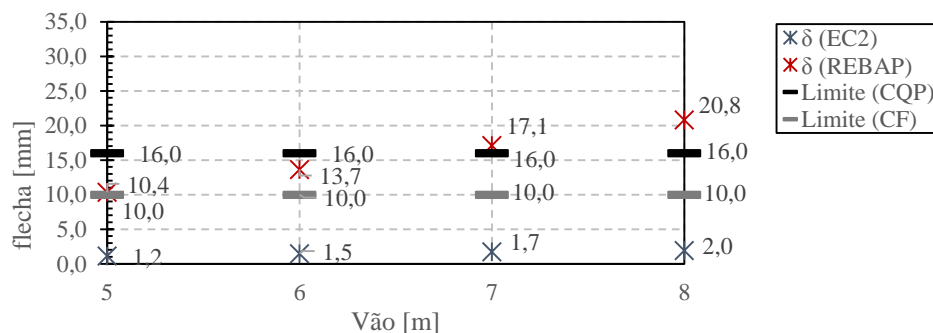


Figura D.13: Valores da deformação do SAP2000 e valores limite da laje apoiada para $l_{menor}=4$

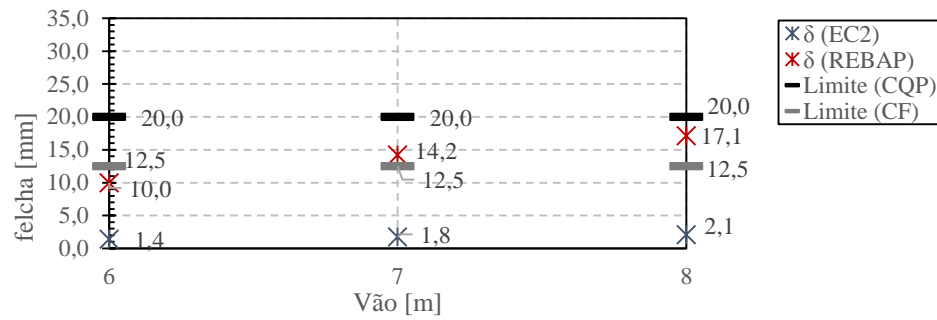


Figura D.14: Valores da deformação do SAP2000 e valores limite da laje apoiada para $l_{menor}=5$

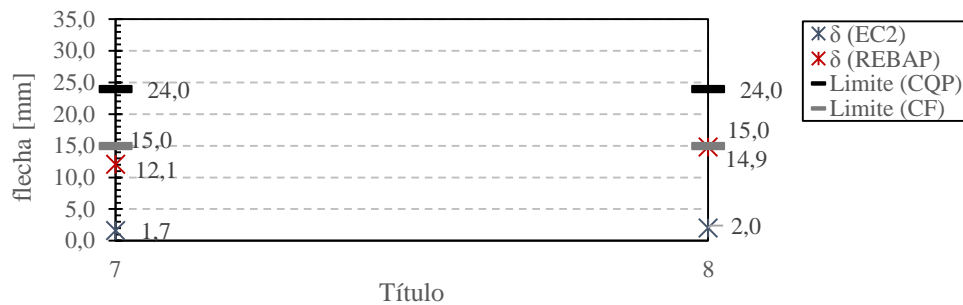


Figura D.15: Valores da deformação do SAP2000 e valores limite da laje apoiada para $l_{menor}=6$

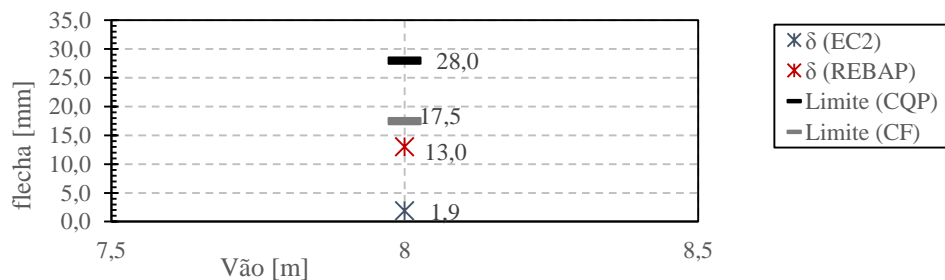


Figura D.16: Valores da deformação do SAP2000 e valores limite da laje apoiada para $l_{menor}=7$

D.2. Laje Apoiada-Encastrada

Nas figuras em baixo são apresentados os rácios das deformações elásticas para as parametrizações retangulares da laje apoiada-encastrada. Em todos os gráficos são apresentados os resultados em que o menor vão é constante variando o maior vão.

D.2.1. Resultados Lineares

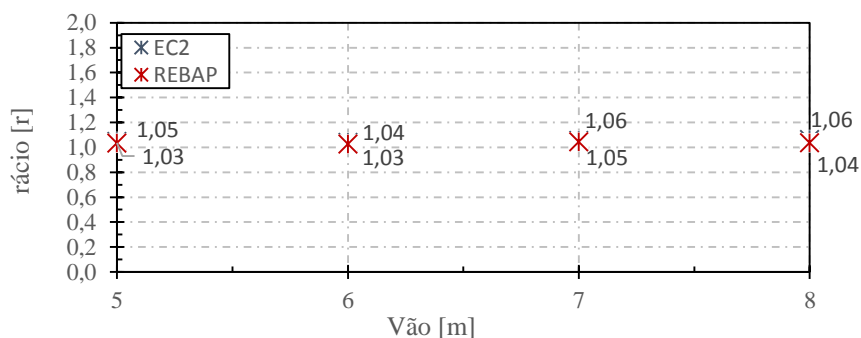


Figura D.17: Rácio das deformações da laje apoiada-encastada para $l_{menor}=4$

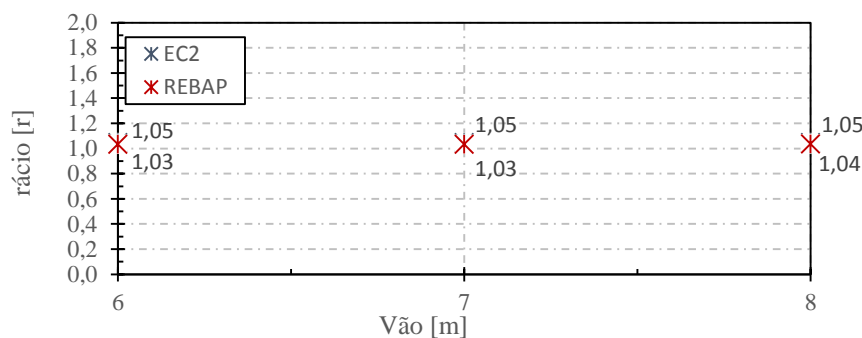


Figura D.18: Rácio das deformações da laje apoiada-encastada para $l_{menor}=5$

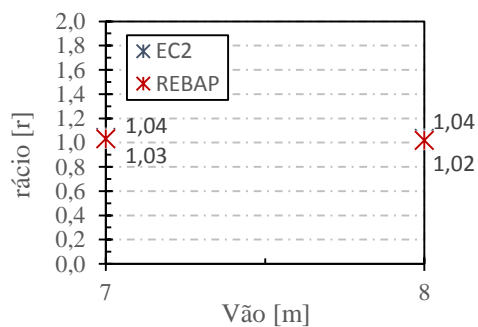


Figura D.19: Rácio das deformações da laje apoiada-encastada para $l_{menor}=6$

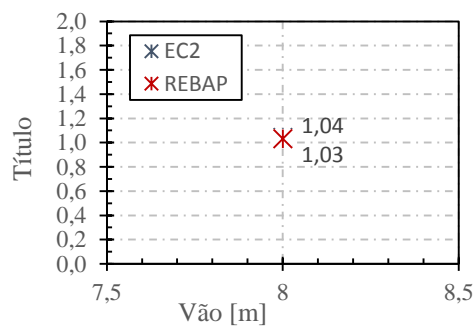


Figura D.20: Rácio das deformações da laje apoiada-encastada para $l_{menor}=7$

Com base nos valores observados no gráfico, e, como todos os valores são próximos da unidade conclui-se que o modelo linear da laje linear se encontra validado.

D.2.2. Resultados Não Lineares

Os gráficos da Figura D.21 à Figura D.28 ilustram os rácios das deformações dos modelos não lineares das parametrizações retangulares da laje apoiada-encastada. Os gráficos da Figura D.29 à Figura D.32 ilustram as deformações do SAP2000 do MNL2 e os seus valores limite.

Modelo Não Linear 1

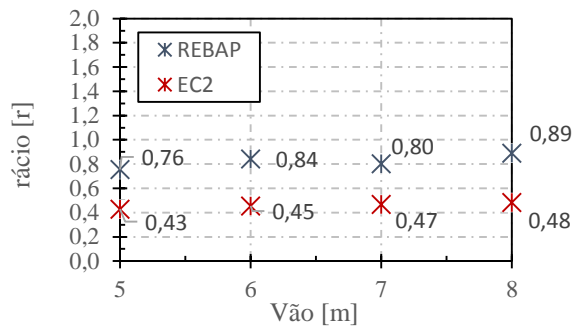


Figura D.21: Rácio das deformações da laje apoiada-encastada do MNL1 para $l_{menor}=4$

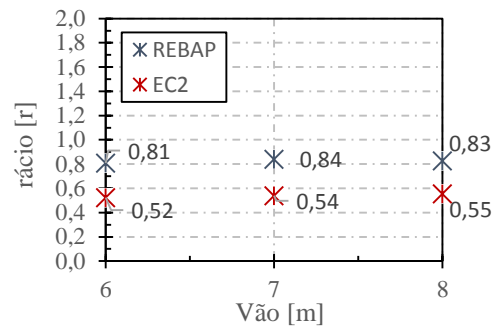


Figura D.22: Rácio das deformações da laje apoiada-encastada do MNL1 para $l_{menor}=5$

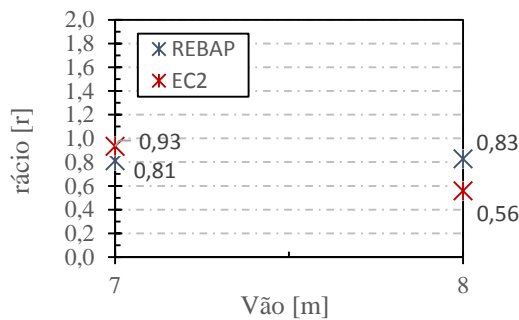


Figura D.23: Rácio das deformações da laje apoiada-encastada do MNL1 para $l_{menor}=6$

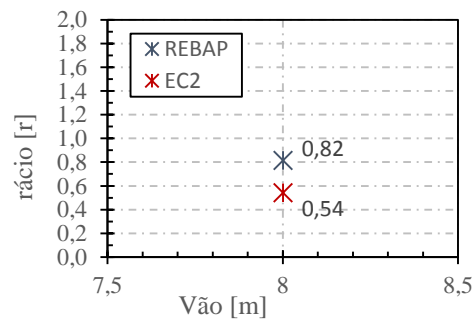


Figura D.24: Rácio das deformações da laje apoiada-encastada do MNL1 para $l_{menor}=7$

Modelo Não Linear 2

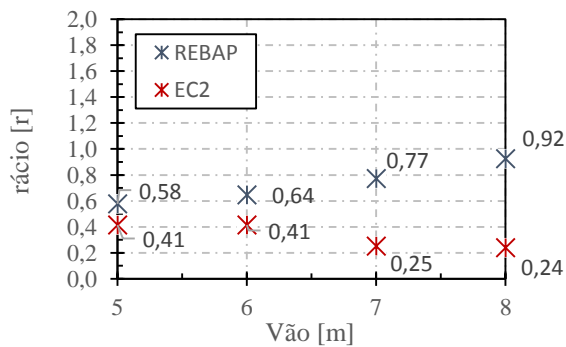


Figura D.25: Rácio das deformações da laje apoiada-encastada do MNL2 para $l_{menor}=4$

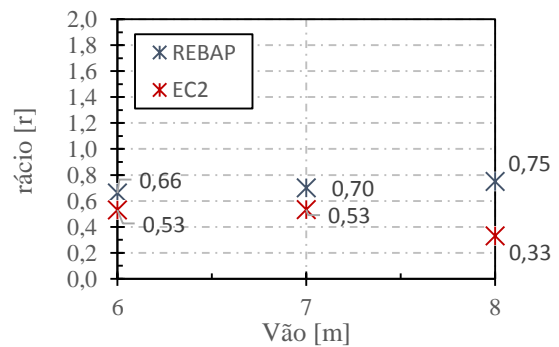


Figura D.26: Rácio das deformações da laje apoiada-encastada do MNL2 para $l_{menor}=5$

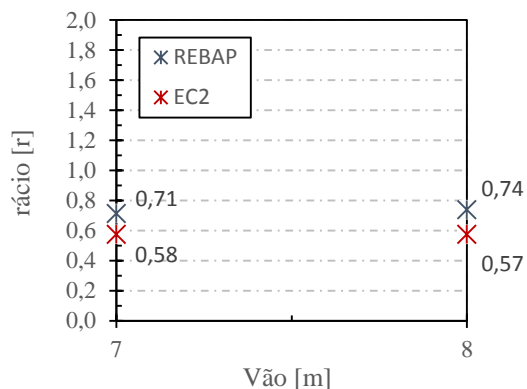


Figura D.27: Rácio das deformações da laje apoiada-encastada do MNL2 para $l_{menor}=6$

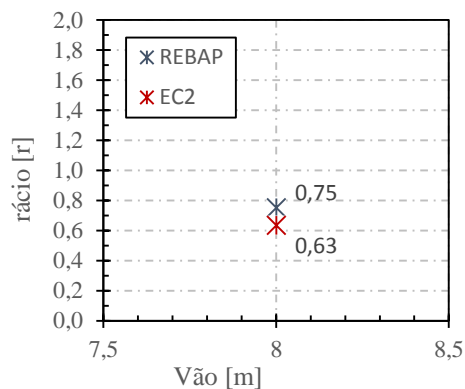


Figura D.28: Rácio das deformações da laje apoiada-encastada do MNL2 para $l_{menor}=7$

Comparação com valores limite

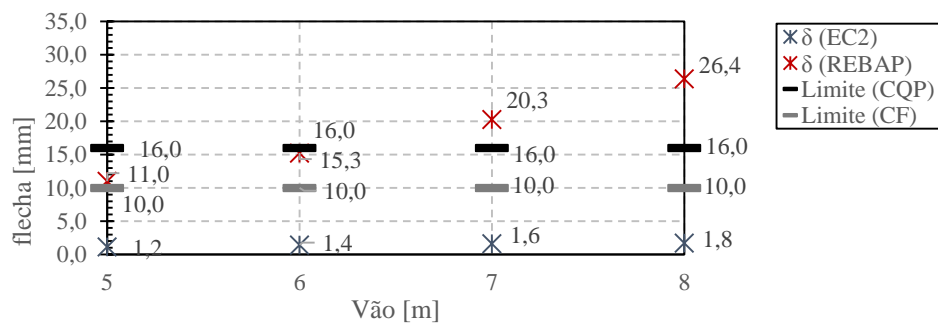


Figura D.29: Valores da deformação do SAP2000 e valores limite da laje apoiada-encastada para $l_{menor}=4$

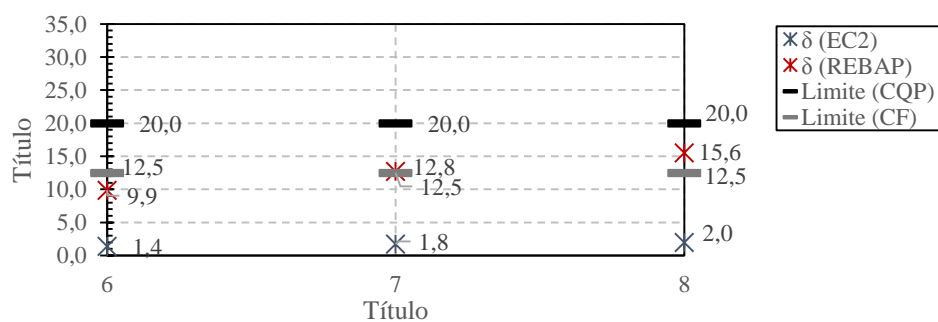
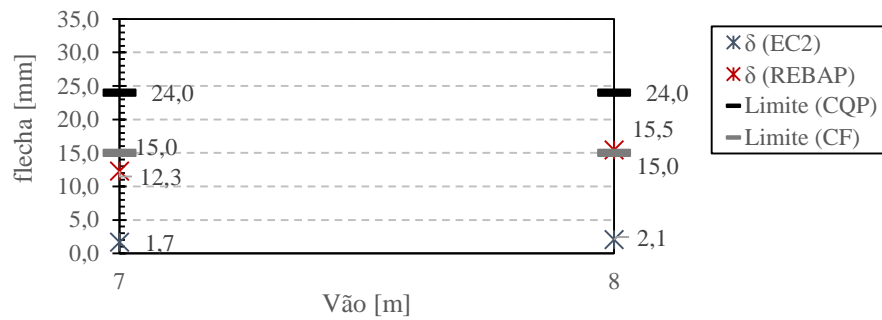
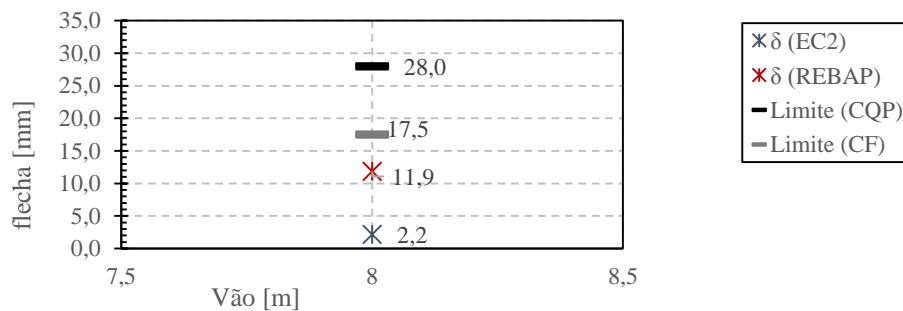
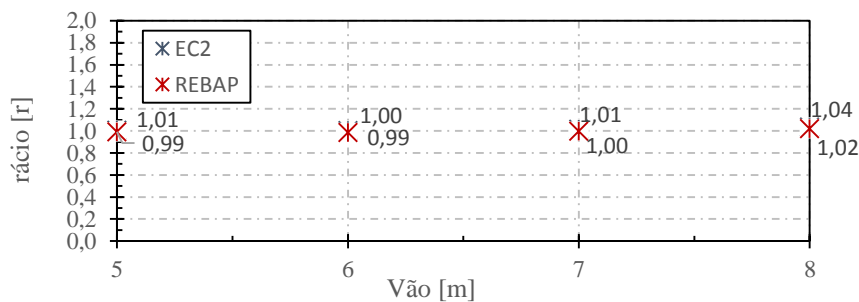
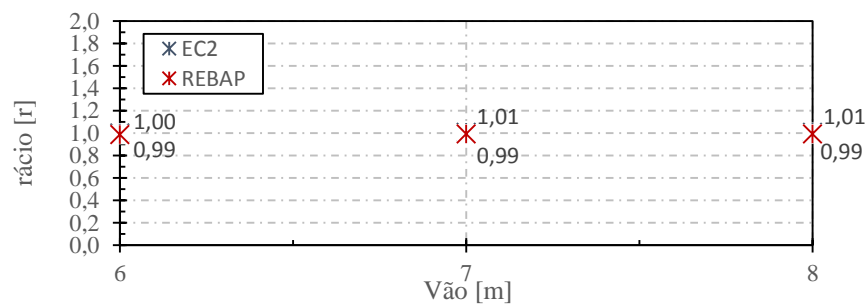


Figura D.30: Valores da deformação do SAP2000 e valores limite da laje apoiada-encastada para $l_{menor}=5$

Figura D.31: Valores da deformação do SAP2000 e valores limite da laje apoiada-encastada para $l_{menor}=6$ Figura D.32: Valores da deformação do SAP2000 e valores limite da laje apoiada-encastada para $l_{menor}=7$

D.3. Laje Bi-Encastada

D3.1. Resultados Lineares

Figura D.33: Rácio das deformações da laje bi-encastada para $l_{menor}=4$ Figura D.34: Rácio das deformações da laje bi-encastada para $l_{menor}=5$

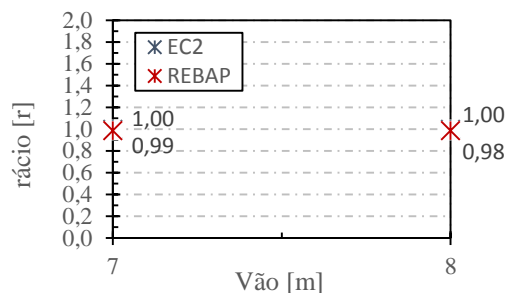


Figura D.35: Rácio das deformações da laje bi-encastada para $l_{menor}=6$

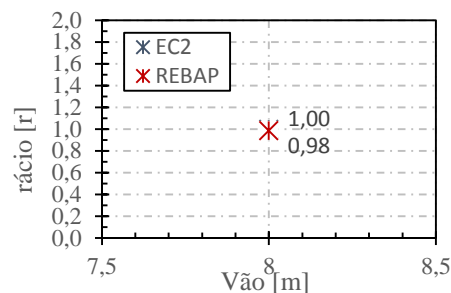


Figura D.36: Rácio das deformações da laje bi-encastada para $l_{menor}=7$

Paralelamente aos casos anteriores os valores do rácio das deformações são aproximados à unidade, logo o modelo linear da laje bi-encastada encontra-se validado.

D3.2. Resultados Não Lineares

Os gráficos da Figura D.37 à Figura D.42 ilustram os rácios das deformações dos modelos não lineares das parametrizações retangulares da laje apoiada-encastada. Os gráficos da Figura D.43 à Figura D.46 ilustram as deformações do SAP2000 do MNL2 e os seus valores limite.

Modelo Não Linear 1

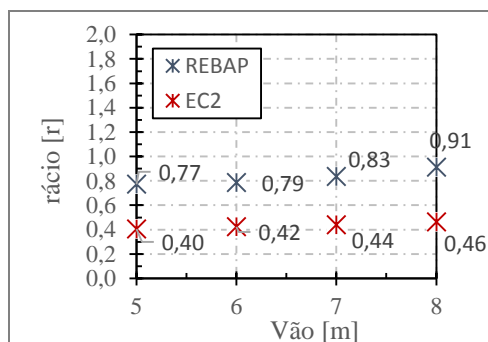


Figura D.37: Rácio das deformações da laje bi-encastada do MNL1 para $l_{menor}=4$

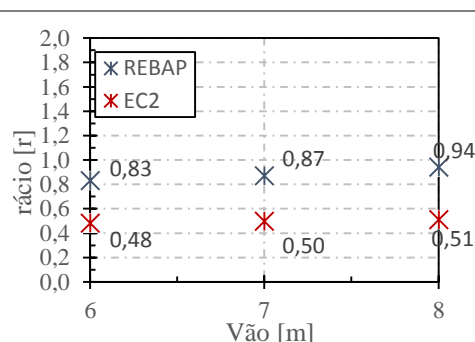


Figura D.38: Rácio das deformações da laje bi-encastada do MNL1 para $l_{menor}=5$

Modelo Não Linear 2

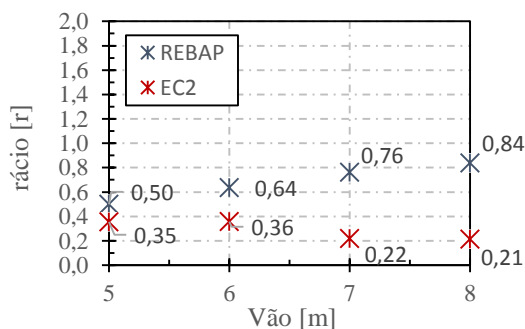


Figura D.39: Rácio das deformações da laje bi-encastada do MNL2 para $l_{menor}=4$

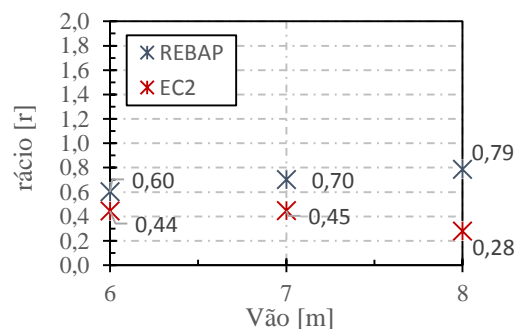


Figura D.40: Rácio das deformações da laje bi-encastada do MNL2 para $l_{menor}=5$

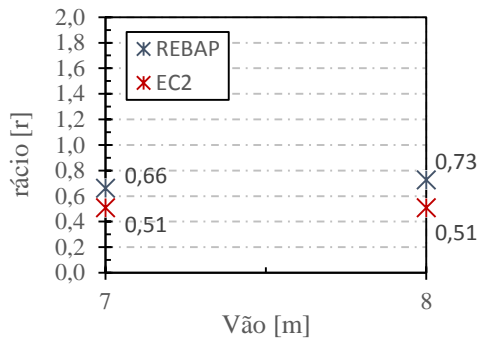


Figura D.41: Rácio das deformações da laje bi-encastada do MNL2 para $l_{menor}=6$

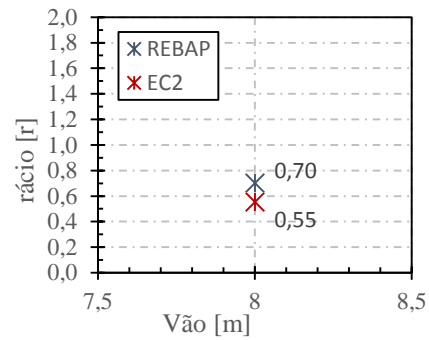


Figura D.42: Rácio das deformações da laje bi-encastada do MNL2 para $l_{menor}=7$

Comparação com valores limite

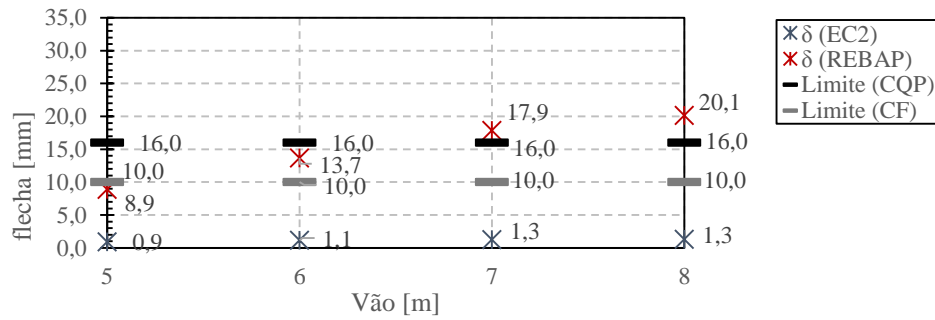


Figura D.43 Valores da deformação do SAP2000 e valores limite da laje bi-encastada para $l_{menor}=4$

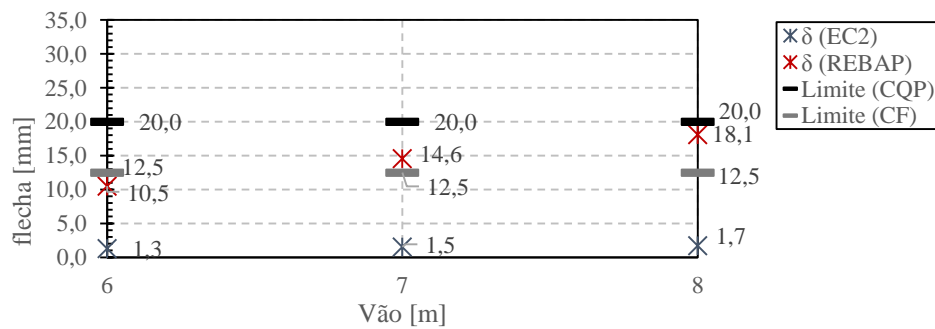


Figura D.44 Valores da deformação do SAP2000 e valores limite da laje apoiada-encastada para $l_{menor}=5$

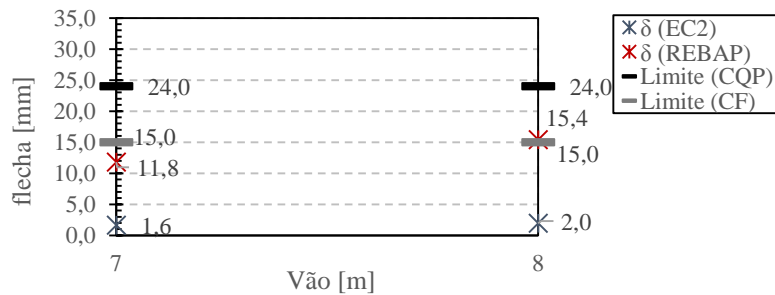


Figura D.45 Valores da deformação do SAP2000 e valores limite da laje apoiada-encastada para $l_{menor}=6$

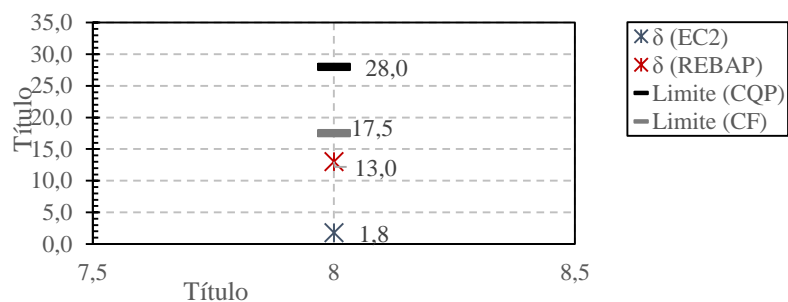


Figura D.46 Valores da deformação do SAP2000 e valores limite da laje apoiada-encasturada para $l_{menor}=8$

D4. Viga Apoiada

D4.1. Resultados Lineares

Em seguida apresentam-se os gráficos dos rácios para a viga de maior vão das parametrizações retangulares do modelo de viga apoiada.

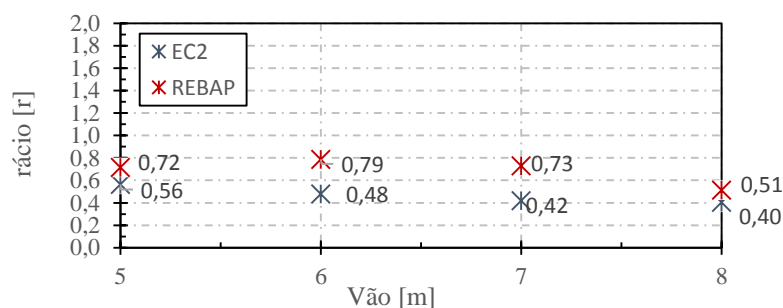


Figura D.47: Rácio das deformações da viga apoiada para $l_{menor}=4$

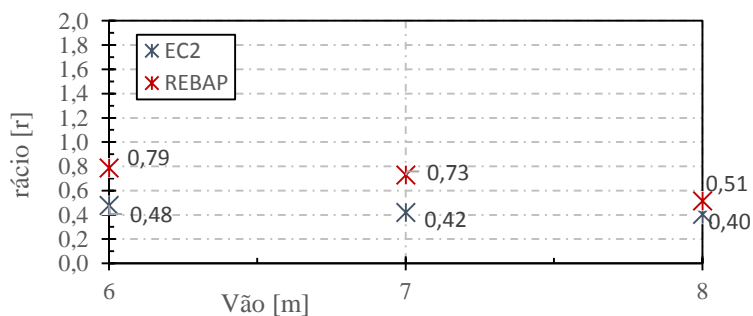


Figura D.48: Rácio das deformações da viga apoiada para $l_{menor}=5$

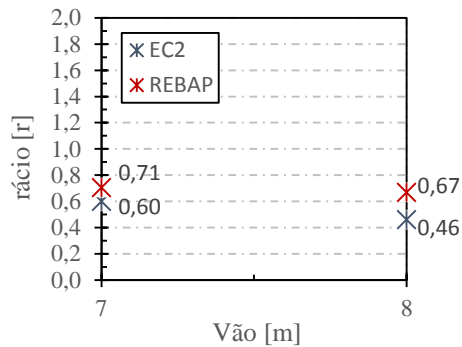


Figura D.49: Rácio das deformações da viga apoiada para $l_{menor}=6$

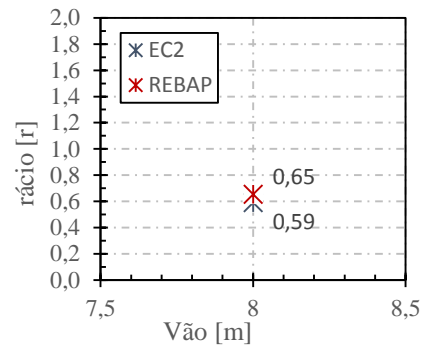


Figura D.50: Rácio das deformações da viga apoiada para $l_{menor}=6$

D.4.2 Resultados não lineares

Os gráficos da ilustram os rácios das deformações dos modelos não lineares das parametrizações retangulares da laje apoiada-encasturada. Os gráficos da Figura D.43 à Figura D.46 ilustram as deformações do SAP2000 do MNL2 e os seus valores limite.

Modelo Não Linear 1

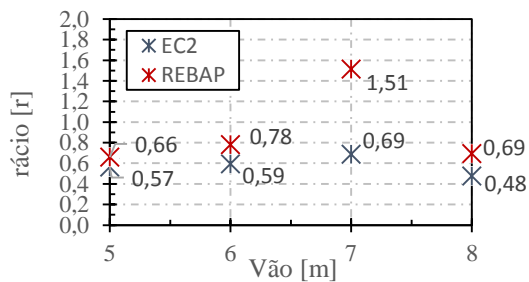


Figura D.51: Rácio das deformações da viga apoiada do MNL1 para $l_{menor}=4$

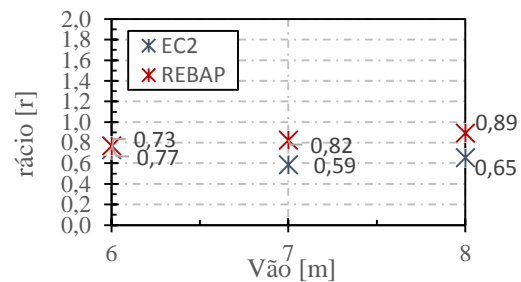


Figura D.52: Rácio das deformações da viga apoiada do MNL1 para $l_{menor}=5$

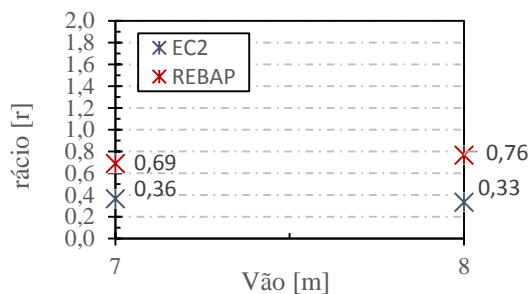


Figura D.53: Rácio das deformações da viga apoiada do MNL1 para $l_{menor}=6$

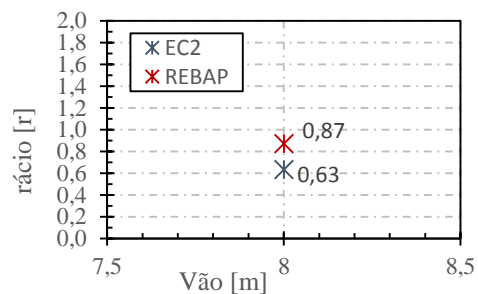


Figura D.54: Rácio das deformações da viga apoiada do MNL1 para $l_{menor}=7$

Modelo Não Linear 2

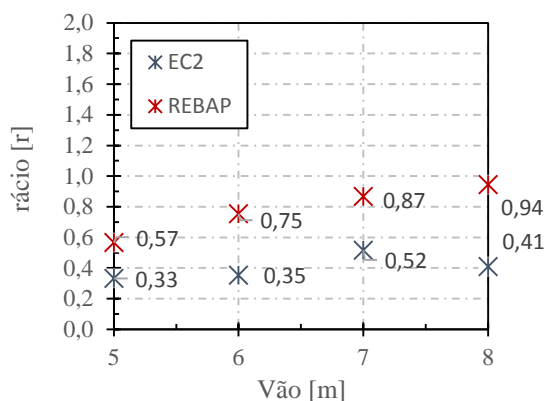


Figura D.55: Rácio das deformações da viga apoiada do MNL2 para lmenor=4

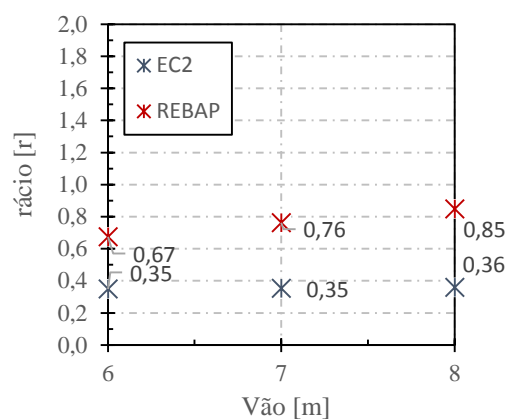


Figura D.56: Rácio das deformações da viga apoiada do MNL2 para lmenor=5

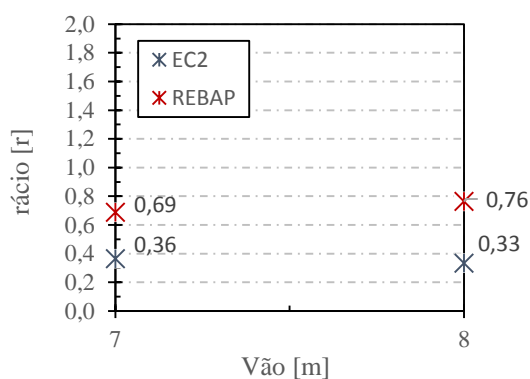


Figura D.57: Rácio das deformações da viga apoiada do MNL2 para lmenor=6

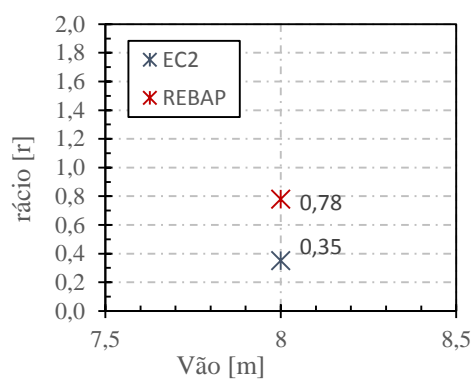


Figura D.58: Rácio das deformações da viga apoiada do MNL2 para lmenor=7

Comparação com valores limite

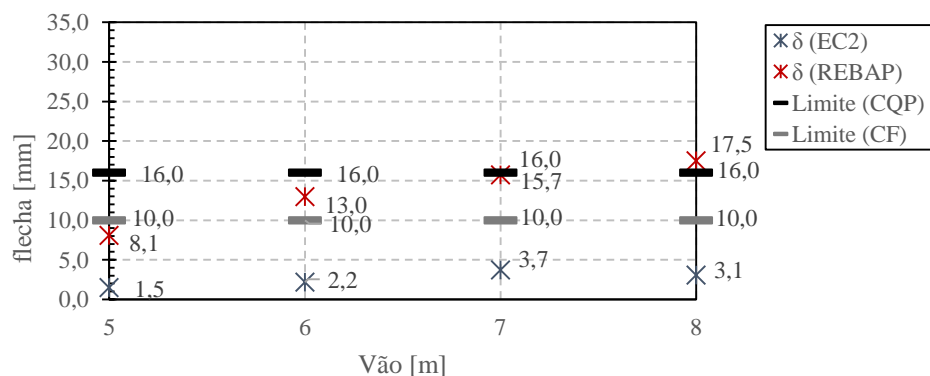
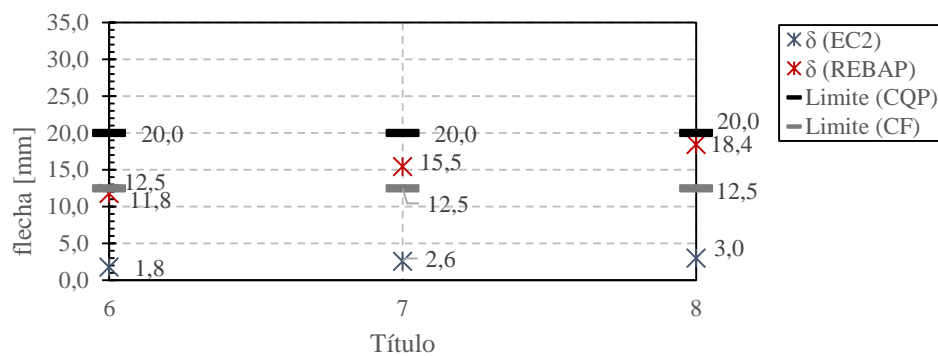
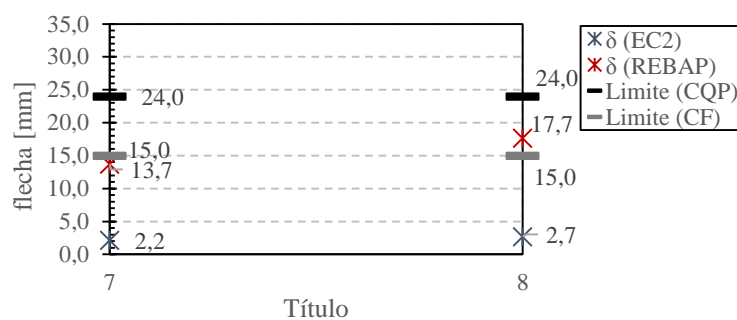
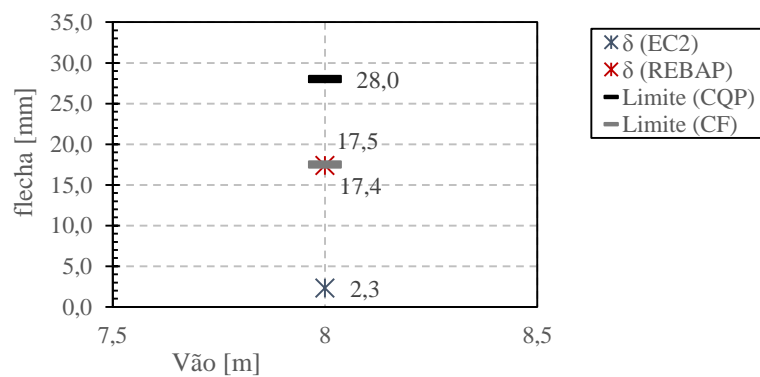


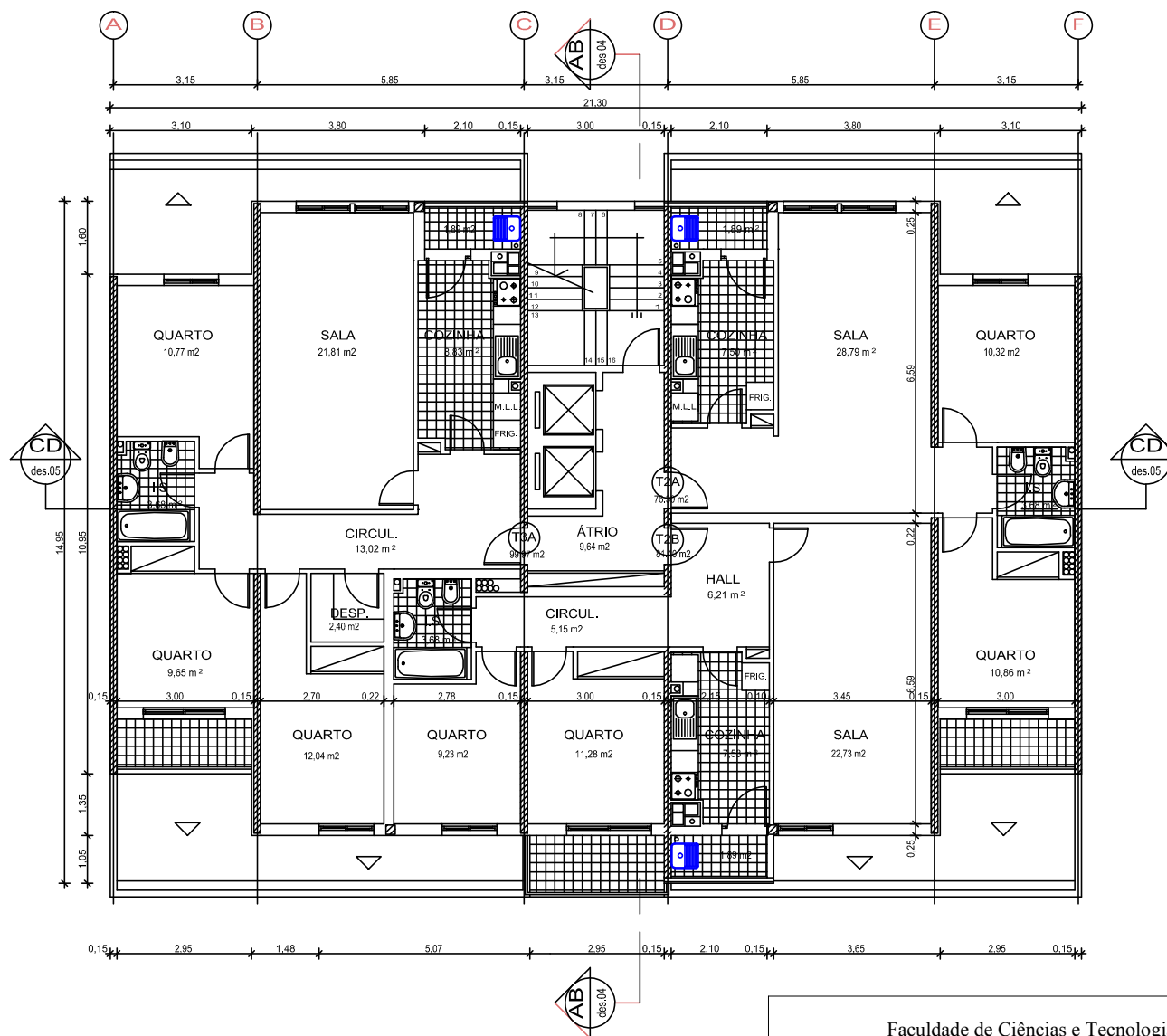
Figura D.59: Valores da deformação do SAP2000 e valores limite da viga apoiada para lmenor=4

Figura D.60: Valores da deformação do SAP2000 e valores limite da viga apoiada para $l_{menor}=5$ Figura D.61: Valores da deformação do SAP2000 e valores limite da viga apoiada para $l_{menor}=6$ Figura D.62: Valores da deformação do SAP2000 e valores limite da viga apoiada para $l_{menor}=7$

Anexo E

Plantas dos casos de estudo

No presente anexo encontram-se as plantas de arquitetura e de dimensionamento dos casos de estudo.



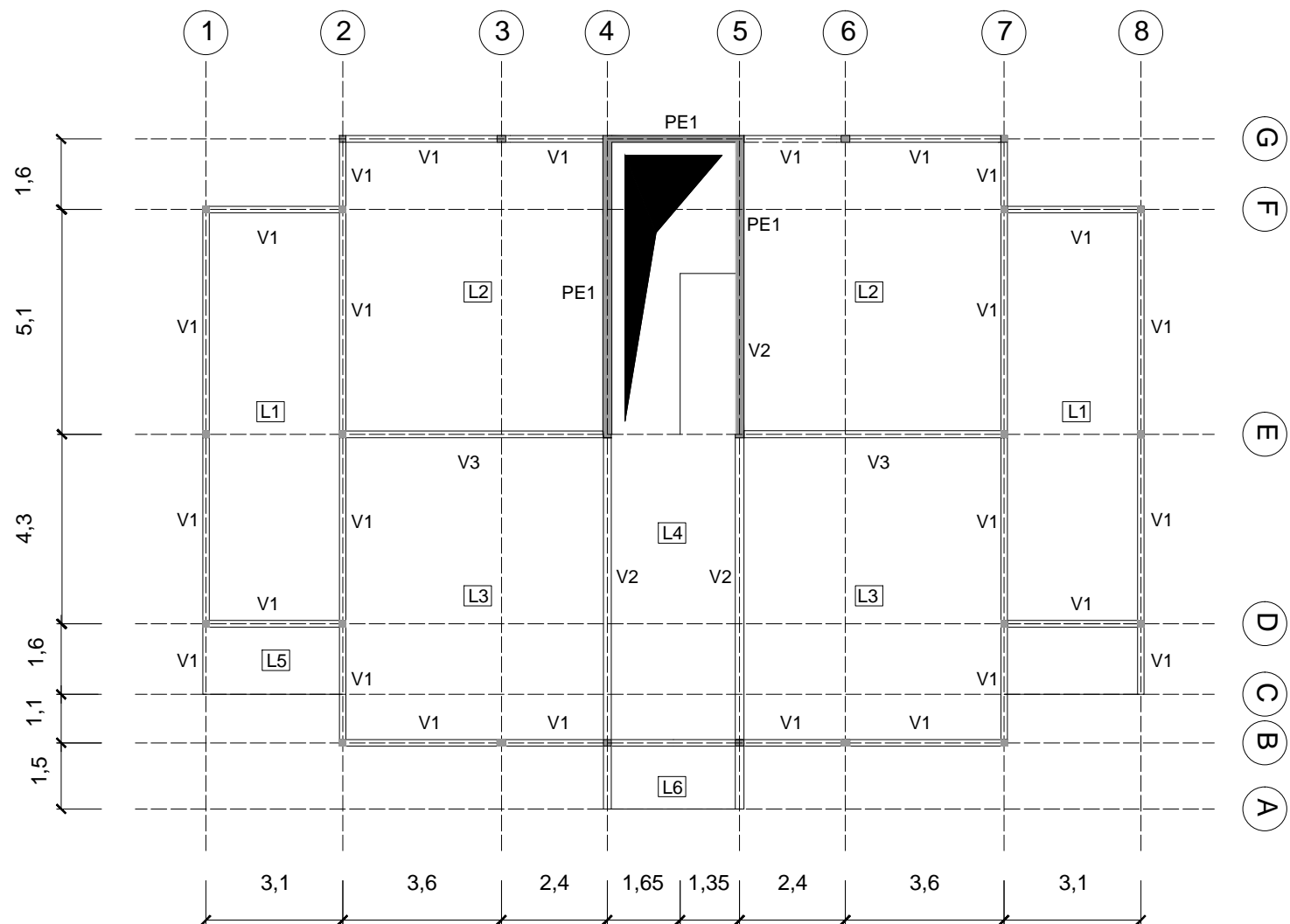
Faculdade de Ciências e Tecnologias

Planta de Arquitetura - Caso de Estudo 1

Anexo E.1

FCT FACULDADE DE
CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA

Escala: 1/150

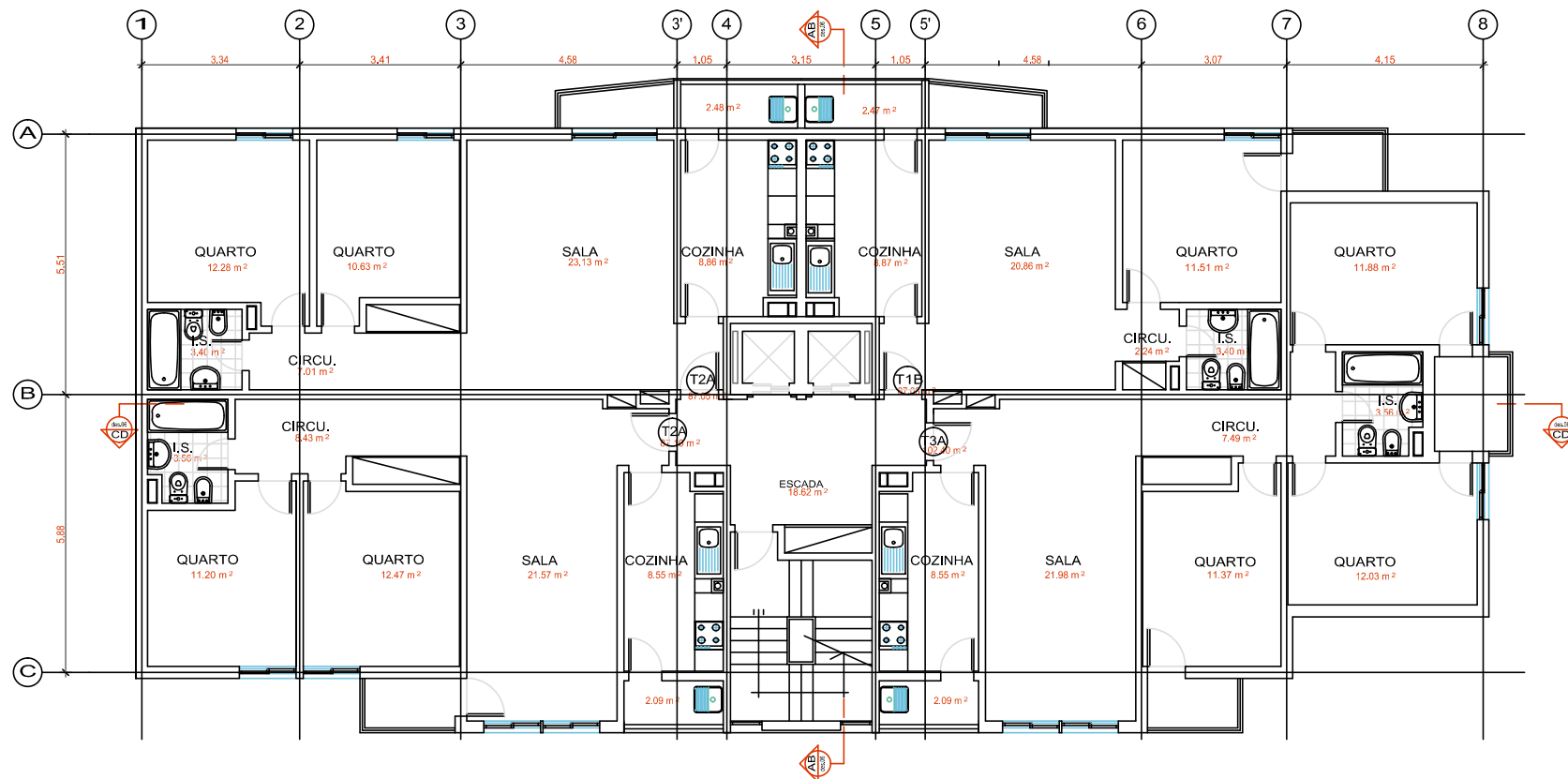



Faculdade de Ciências e Tecnologias

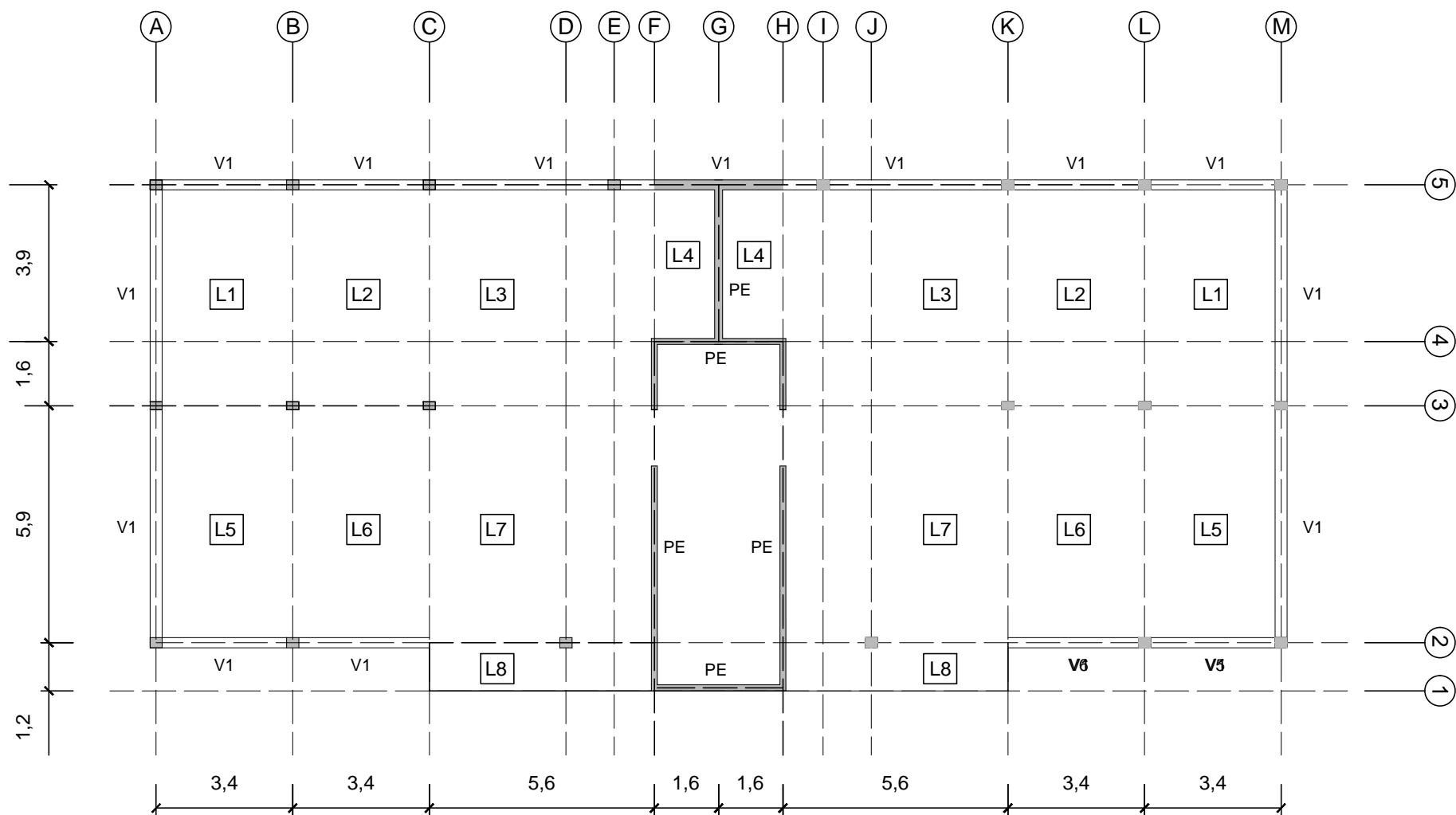
Planta de Dimensionamento - Caso de Estudo 1


Anexo E.2

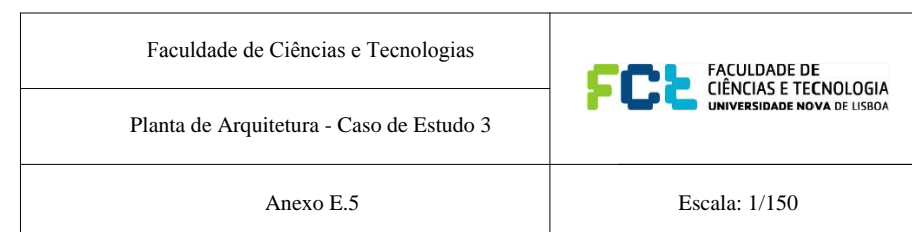
Escala: 1/150

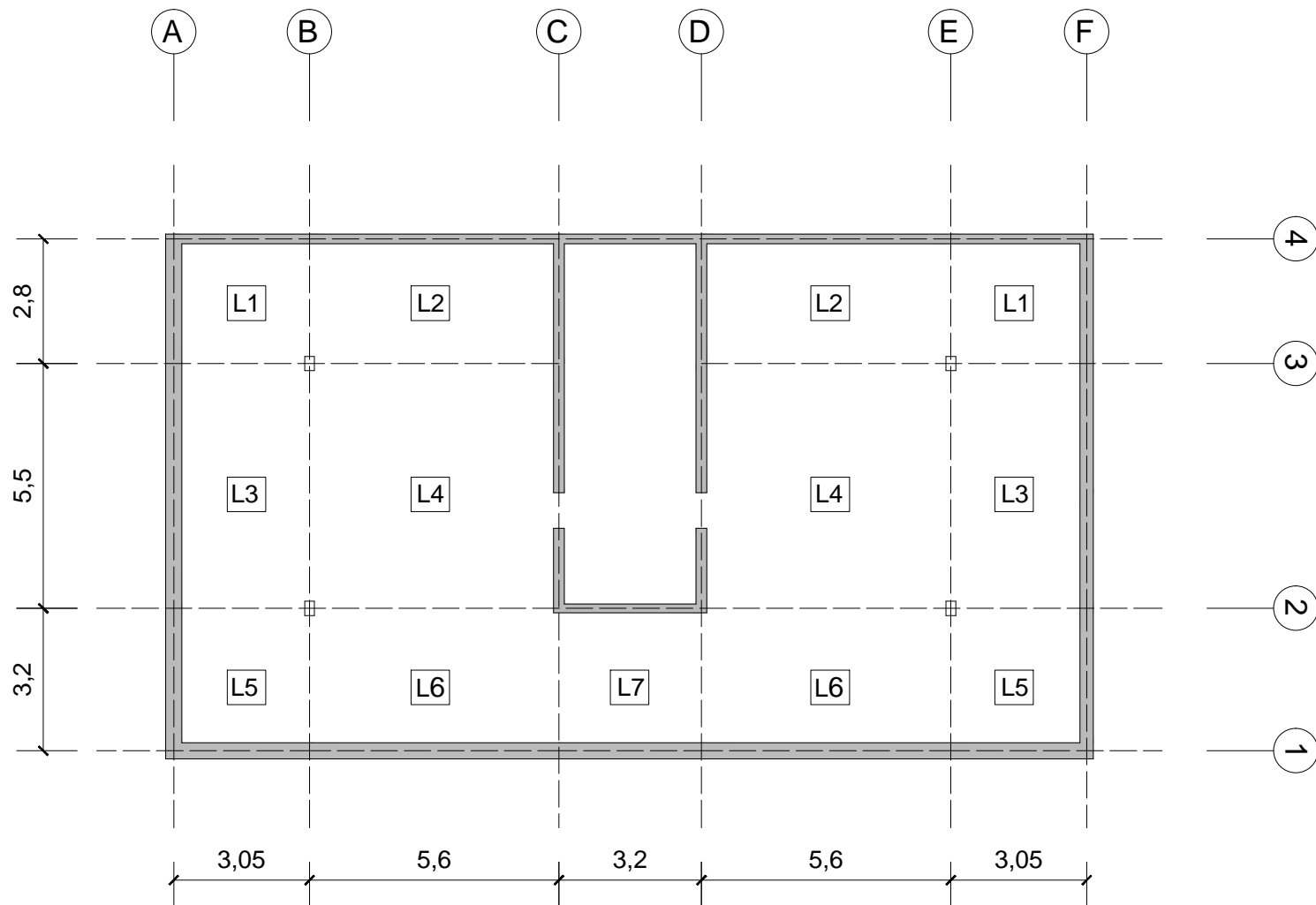



| | |
|--|--|
| Faculdade de Ciências e Tecnologias |  FACULDADE DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA |
| Planta de Arquitetura - Caso de Estudo 2 | |
| Anexo E.3 | Escala: 1/150 |



| | |
|--|---|
| Faculdade de Ciências e Tecnologias |  FACULDADE DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA <small>UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA</small> |
| Planta de Dimensionamento - Caso de Estudo 2 | |
| Anexo E.4 | Escala: 1/150 |





| | |
|--|---|
| Faculdade de Ciências e Tecnologias |  FACULDADE DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA <small>UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA</small> |
| Planta de Dimensionamento - Caso de Estudo 3 | |
| Anexo E.6 | Escala: 1/150 |